



平成 14 年度 博士論文

グラフ上の反応拡散方程式による
交通信号網の自律分散型制御

**Autonomous Decentralized Control of
Traffic Signal Network by
Reaction-Diffusion Equation on a Graph**

指導教官 太田 順 助教授

東京大学大学院 工学系研究科 精密機械工学専攻

杉 正夫

概要

本論文は、多数の交通信号からなる信号網を自律分散的に制御する手法を提案する。

道路の交通状況は時間とともに変化し、例えば日中と夜間では、道路上の主要交通流の方向が反転する現象などが見られる。従って信号制御手法は、これらの変化に柔軟に対応できるものでなければならない。柔軟性と同時に、信号制御手法には高い効率性も求められる。従来の交通工学における信号制御の取り組みは、オフライン最適化と集中管理によるものであり、動的変化への対応に問題がある。一方、自律分散的に信号網を扱った既存研究例では、3つのパラメータ（サイクル長、スプリット、オフセット）のうち制御できるものが一部に限定されており、効率性が低い。このように、動的対応と効率性を兼ね備えた手法はいまだ確立されていない。

本研究は自律分散的な手法を採用し、3つのパラメータすべての制御を行うことによって動的対応と効率性の両者の実現を目指す。自律分散的手法にも様々なアプローチがあるが、本研究では力学系のアプローチを採用し、各信号を振動子とみなして交通網を非線型結合振動子系によってモデル化する。そして振動子間相互作用をグラフ上の反応拡散方程式によって与え、各信号が局所的な情報から自己の挙動を決定し、それにより大域的に秩序立った信号動作パターンを形成することを目指す。

まず本研究では3つのパラメータ（サイクル長、スプリット、オフセット）のうちサイクル長は固定とし、スプリットとオフセットを制御する手法を提案する。グラフ上の反応拡散方程式で扱えるのは1変数であるため、スプリットとオフセットそれぞれに対応する2つの反応拡散方程式を用意し、これによって2つのパラメータを個別に制御することを実現する。

次に本研究ではサイクル長を制御する方法を提案する。網目状の道路環境ではオフセットの閉合条件という制約があり、ループ上の各リンクがすべて最適なオフセットを取ることができるとは限らない。ただしこのような場合、サイクル長を適切に変更することで、ループ上の全てのリンクに最適なオフセットを与えることが可能となる。

閉合条件はループ上の条件であり、個々の信号を考えるだけではこの制約を扱うことはできない。またオフセットが閉合条件を満たすための最適なサイクル長はループごとに異なった値となるが、オフセットを制御するためには、交通網全体のサイクル長は均一な値を取らなければならない。サイクル長の制御を行う際にはこれらの問題を解決する必要がある。本研究では、道路網グラフの双対グラフを考え、その双対グラフ上に存在する“ループ管理エージェント”を新たに導入する。ループ管理エージェントはグラフの有限窓と1対1で対応する。各ループ管理エージェントは、自己の担当する有限窓の目標サイクル長を変数として持ち、双対グラフ上の反応拡散方程式に従う。一方、各信号はループの目標サイクル長に

基づいて自分の周波数を定める．これにより，均一性を維持しつつ，多くの信号にとって好ましい値へとシステム全体のサイクル長を変化させる．

実環境への適用を考える上で交通流の右折や左折の扱いは不可欠である．そこで上述した3つのパラメータの制御手法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張する．その後，現実の交通量データを用いてシミュレーションを行い，提案手法の有効性の検証を行う．

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景	2
1.2	関連研究	4
1.3	本研究の目的	14
1.4	本論文の構成	16
第 2 章	問題設定	17
2.1	はじめに	18
2.2	車両感知器と信号が入手できる交通情報	19
2.3	本研究における仮定	21
2.4	交通信号網のモデル化	22
2.5	各章の位置付け	32
2.6	おわりに	33
第 3 章	非線型振動子モデルによるスプリットとオフセットの制御	35
3.1	はじめに	36
3.2	前提条件	37
3.3	固定周波数を持つ信号モデル	39
3.4	スプリットの制御	42
3.5	オフセットの制御	48
3.6	シミュレーション	53
3.7	おわりに	70
第 4 章	サイクル長制御の導入	73
4.1	はじめに	74
4.2	前提条件	75
4.3	閉合条件とサイクル長の制御	78
4.4	シミュレーション	94

4.5	おわりに	105
第 5 章	右左折の導入とモデル拡張	107
5.1	はじめに	108
5.2	前提条件	109
5.3	リンク上の流れの分類	110
5.4	右左折を考慮したオフセットの制御	112
5.5	右左折を考慮したスプリットの制御	114
5.6	右左折を考慮したサイクル長の制御	115
5.7	シミュレーション	120
5.8	おわりに	127
第 6 章	実環境への適用	129
6.1	はじめに	130
6.2	実環境データ	131
6.3	シミュレーション	136
6.4	おわりに	142
第 7 章	結論	143
7.1	結論	144
7.2	今後の展望	148
付録 A	グラフ理論	165
A.1	グラフ	166
A.2	グラフの接続行列	167
A.3	平面グラフとその双対グラフ	168
付録 B	グラフ上の反応拡散方程式の導出	169
B.1	境界付きグラフ	170
B.2	グラフ上の Laplace 作用素	171
B.3	グラフ上の反応拡散方程式の導出	173
付録 C	交通流の追従モデル	177

第 1 章

序論

1.1	研究の背景	2
1.2	関連研究	4
1.2.1	交通信号制御の特徴	4
1.2.2	従来の交通信号制御	4
1.2.3	自律分散的手法による信号網制御の研究例	9
1.3	本研究の目的	14
1.4	本論文の構成	16

1.1 研究の背景

近年，自動車台数の増加によって道路の過密化が進んでおり，その結果，都市部を中心に交通渋滞が日常的に発生するようになってきている．交通渋滞は時間的損失や燃料の余分な消費を招くほか，排気ガスによる大気汚染や騒音などの問題を増幅する要因にもなっている．[ITS ハンドブック]によれば，交通渋滞による経済的損失は年間 12 兆円に及ぶという．このように交通渋滞は深刻な問題であり，これを軽減するために，以下のような研究が行われている [清水 2002]．

- 道路の整備 : 道路増設や既存道路の改修を適切に行う
- 交通需要管理 : 通行料設定や規制などにより交通量を抑制する
- 動的経路誘導 : 利用者を空いている経路へ導き，道路間の混雑度の不均衡をなくす
- 交通信号制御 : 適切に信号を設置・制御し，安全かつ円滑な交通流を実現する

このうち本論文が扱うのは交通信号制御である．信号制御には，単一の信号を扱うものから道路網の多数の信号を一括して扱うものまでがあるが，本論文は後者，つまり道路網の信号制御を対象とする．

交通信号制御とは，まず現示方式を決め，次に 3 つの信号パラメータ（サイクル長，スプリット，オフセット）を調整するものである [河上 1987]．信号は周期的にいくつかの状態を繰り返す．各状態において，信号は限られた幾つかの方向への交通流に通行権を与える．この各状態を現示 (phase) と呼ぶ．各現示でどの交通流に通行権を与えるか，また 1 周期に何種類の現示を用いるかは選択の余地がある．Fig.1.1 に四枝交差点における 2 種類の現示方式（2 現示方式と 4 現示方式）を示す．なお現示方式の決定は 3 つのパラメータの調整と同様，交通流に影響を及ぼす重要な問題であるが，通常これはパラメータ調整とは別個に扱われる．サイクル長 (cycle length) とは信号の 1 周期に要する時間を指す．スプリット (split)

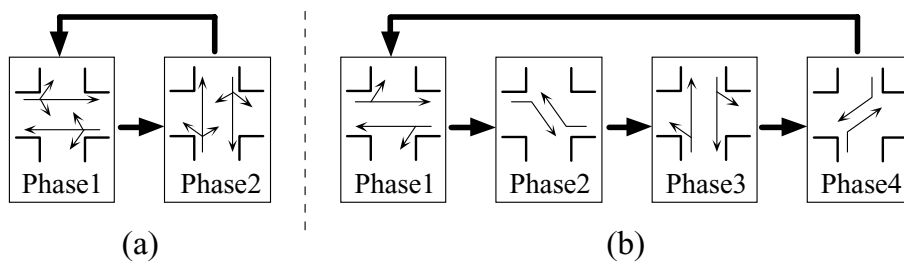


Fig. 1.1: 四枝交差点における現示方式の 2 例．(a) 2 現示方式．(b) 4 現示方式．右折が別現示となっている．

とは、1 サイクルの中で各現示に与える青時間の比率を指す。またオフセット (offset) とは、隣接信号間での青信号開始時間の差を指す。

道路網上に存在する各信号において上述の 3 つのパラメータを調節し、自動車が出来ただけ早く目的地へと到着できるようにしたい。このとき重要となるのは信号同士の動作連携である。信号を持つ道路は言わば多数の弁を持つ導水管のようなものであり、1 つの弁を調整すると、その弁の下流での流量が影響を受ける。その反面、1 箇所の弁だけを開放しても導水管全体の流量を大幅に改善できるわけではない。複数の弁の相互関係を考慮し、互いを連動させることが重要である。

また信号制御が対処すべき重要な問題として、交通流の時間変動がある。例えば同一の道路でも、日中と夜間では交通量が異なり、しばしば道路上の主要交通流の方向が反転する。このような交通状況の変化は不連続なものではなく、時間が経つにつれて徐々に変化するものである。信号は、各時刻の交通状況において適切な対応を取りつつ、交通状況の滑らかな変化に追従しなければならない。上述した滑らかな変動のほか、しばしば交通流は急激な変化を見せる。これは事故などが発生した場合に起こる。道路網上の信号は、このような急激な変化にも迅速に対応しなければならない。

以上の議論をまとめると、道路網の信号制御においては

- 複数の信号を連動させて高い交通効率を実現すること
- 交通状況の動的な変化に柔軟に対応すること

が大事であると言える。次節では従来研究を紹介し、それらが上記の 2 つの要件を満たすか否かを考察する。

1.2 関連研究

1.2.1 交通信号制御の特徴

交通信号制御の目標は交通流を円滑化することにあるが、これを直接制御することはできない。そこで信号の3つのパラメータ（サイクル長，スプリット，オフセット）を制御することで，間接的に交通流を制御する。現実の交通流の振る舞いは複雑で，交通流モデルによって十分に表現できるものではない。このため，3つのパラメータが交通流に与える影響を解析的に議論することは困難で，制御手法の評価が難しいという問題がある。

主目標としての交通流円滑化に加えて，実用レベルの信号制御システムでは，交通流の安全性 [斉藤 2002] や歩行者にとっての利用効率なども考慮に入れ，これら多数の目標を総合的に評価して信号制御パターンを決定する。

以上をまとめると，交通信号制御は

- 本来の制御対象である交通流と信号動作パターンとの関係が不明確で，解析や評価が困難である
- 交通流円滑化だけではなく，安全性や歩行者利用効率など多数の目標を持つ

という2つの特徴を持つ。

以下の節では，まず従来の交通信号制御の制御形態を概観し，その後，自律分散的手法による信号網制御に関する既存の研究を紹介する。

1.2.2 従来の交通信号制御

現在用いられている交通信号制御は，対象とする信号の数によって単独制御，系統制御，広域制御と3つに分類される [河上 1987]。以下でそれぞれについて述べる。

1.2.2.1 単独信号制御（地点制御）

単独信号制御とは，個々の信号を独立に扱い，その信号のスプリットとサイクルを制御するものである。周囲の信号は考慮しないため，隣接信号とのオフセットは制御しない。

単独制御の制御方式には地点定周期式，プログラム多段定周期式，および地点感応式の3

種がある。

地点定周期式では、交通調査結果や予測交通量に基づき、事前にサイクル長とスプリットの値を決定し、信号にそれを再現させる。前述のように交通量は曜日や時刻によって異なるため、予め複数の制御パターン（サイクル長とスプリットの値のセット）を用意し、それらを日時に応じて使い分ける方法も存在する。これがプログラム多段周期式である。これら2つの制御方式はオフライン制御である。また、現実の交通状況からのフィードバックは存在しない。

地点感応式制御はオンラインで制御を行い、交通状況の動的な変化に対応する。具体的には、交差点の各方向の需要交通量を車両感知器によって常時計測し、測定した交通量に応じて各現示の青時間を決定する。つまりスプリットやサイクル長は明示的には扱われず、これらはいくまで青時間制御を行った結果として得られる。

地点感応式制御は半感応式と全感応式の2種に細分される。前者は、交差点で交わる2本の道路（それぞれ主道路と従道路と呼ばれる）のうち従道路の交通量だけを測定し、必要最小限の青信号時間を従道路に与え、残りの青時間すべてを主道路に与える。後者の全感応式は、主道路と従道路を対等に扱い、両者それぞれの需要交通量に応じて青時間を調節する。Fig.1.2 に半感応式制御の交差点を示す。従道路には車両感知器が設置され、この感知器が従道路の交通量を測定する。半感応式制御の具体的な動作の様子を Fig.1.3 ([大蔵 1993] より転載) に示す。基本的には主道路側が常に青であり、従道路に自動車が登場するとはじめて現示が切り替わり、従道路側が青となる（なお主道路側には青時間の下限値があり、それより前に従道路側に自動車が登場しても現示は切替わらない。）。従道路の青時間中に新たな自動車到着があると、一定の秒数だけ青時間が延長される（単位延長青時間）。新たな自動車到着がなかった時、または従道路の青時間が上限値に達した時、現示は再び切替えられ、主道路側が青に戻る。

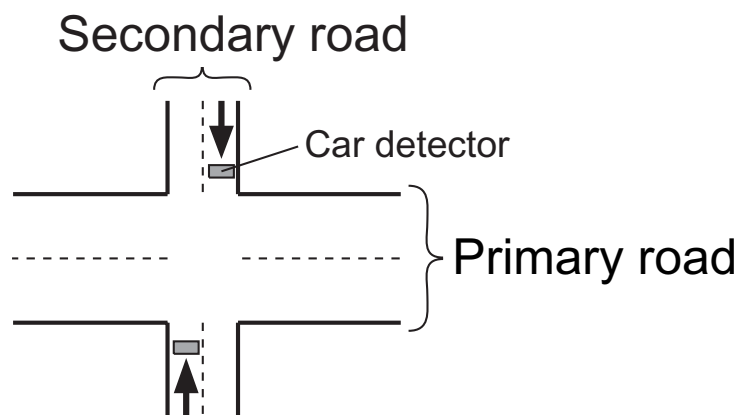


Fig. 1.2: 半感応式単独式信号制御の交差点。従道路に車両感知器が設置されている。

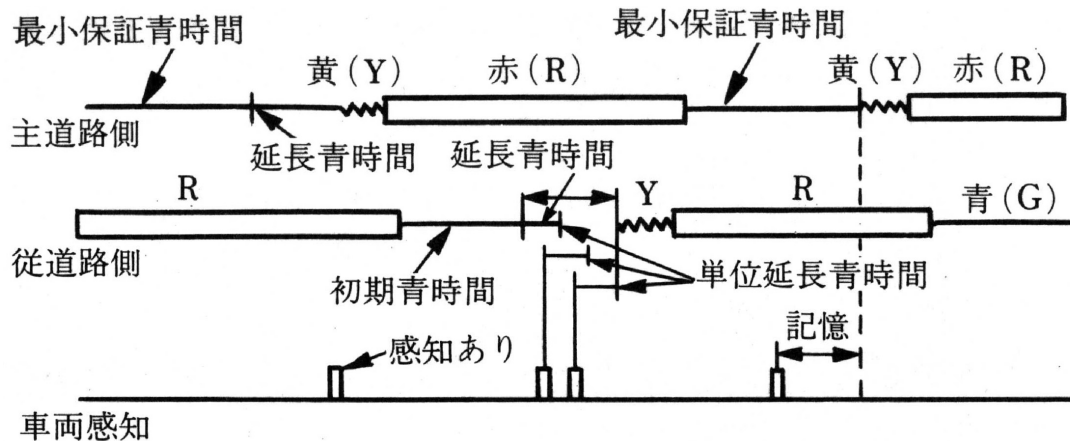


Fig. 1.3: 単独信号制御（半感应式）の動作図（[大蔵 1993]，202 ページより転載）。

地点感应式信号制御は、交通量が少なく信号がまばらな環境で用いられる。逆に交通量が多く交差点間隔が短い道路では、この方法は有効ではない。これは、隣接信号との連携動作が存在しないため、各交差点で信号待ちによる時間損失が発生してしまうためである [越 1983]。

1.2.2.2 系統信号制御

系統信号制御は、同一道路上の信号群を一括して扱い、隣接信号間の相互関係も考慮するもので、前述の単独制御に比べて大きな効率向上が実現できる。前述の単独信号制御では制御対象パラメータがサイクル長とスプリットの2つであったのに対し、系統信号制御ではそれら2つのパラメータに加えてオフセットも制御対象となる。ただしサイクル長は信号群で共通の値を用いる。

単独制御と同様、系統制御にも単純系統式、プログラム多段系統式、および自動感应系統式の3種類の制御方式が存在する。単純系統式は、あらかじめ制御パターン（サイクル長、スプリット、オフセットそれぞれの値）を決めてそれを再現するものあり、プログラム多段系統式はパターンを複数個用意し、日時に応じてこれらを切替えるものである。これら2つの制御方式は現実の交通状況からのフィードバックは存在しない。自動感应系統式制御は、車両感知器によって交通状況を常時測定し、事前に用意しておいた複数の制御パターンの中から、現在の交通状況に最も適したパターンを選択する。

系統信号制御でオフセットを制御する際に用いられる基準は大別して2種類あり、それぞれスループット最大化基準と遅れ時間最小化基準と呼ばれる [河上 1987, 久井 1986]。それぞれの基準を説明する。

スルーバンド最大化基準とは、スルーバンド（通過帯、自動車システム上の信号に妨げられず走り抜けることができる時間の帯、Fig.1.4 参照）を最大化するようにオフセットを決めるものである。この方法は簡単に解を求めることができるという利点を持つが、スルーバン

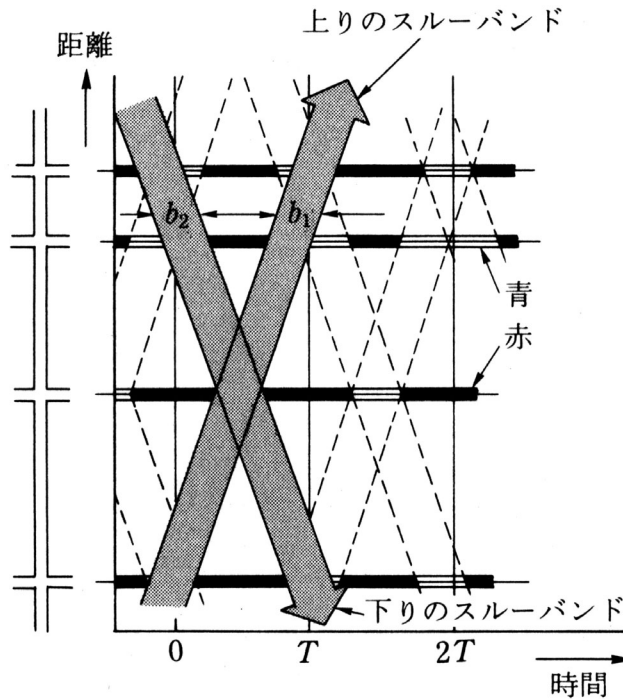


Fig. 1.4: スルーバンド ([河上 1987], 152 ページより転載).

ドと実際の交通効率との関係が不明で、最適性（この場合、得られた解が自動車の遅れ時間や停止回数を最小化すること）の保証は得られない。

後者の遅れ時間最小化基準では、まず適当な交通流モデルを導入し（交通流を流体近似した“流体モデル”が用いられる）、自動車の遅れ時間をオフセットの関数として表す。この関数関係を用いて、遅れ時間を最小化するオフセットを求める。この方法は、与えた交通流モデルに対して最適な解を与えることができ、スルーバンド最大化基準より効率の良い解を得ることができることが知られている。ただし非線型最適化問題となるため、解を求めることが難しい。また交通流モデルと現実の都市交通流は振舞いが異なるため、求めた解が現実の交通流にどの程度有効なのかは不明である。従って現実の交通流に対する最適性は保証できない。

1.2.2.3 広域制御

前述の系統制御を単一路線から二次元平面へと拡張したものを広域制御（面制御）[河上 1987, 三井 2000] という。これは非常に大きな効果を挙げられる反面，制御すべきパラメータは制御対象地域内の各信号のサイクル長，スプリット，オフセットであり，全体として非常に多くのパラメータを制御しなければならない。このため単独制御や系統制御に比べてより難しい問題となる。

従来の広域制御手法では，まず制御対象地域を交通状況が類似したいくつかの地域（サブエリア）へと分割する（Fig.1.5）。次に各サブエリア内において，起こりうる交通状況をいくつかの種類（最大で 10 種類程度）へと分類し，その各種類に適したサイクル長・スプリット・オフセットのパターンを決める。こうして得られた各サブエリアのパターンを統合する

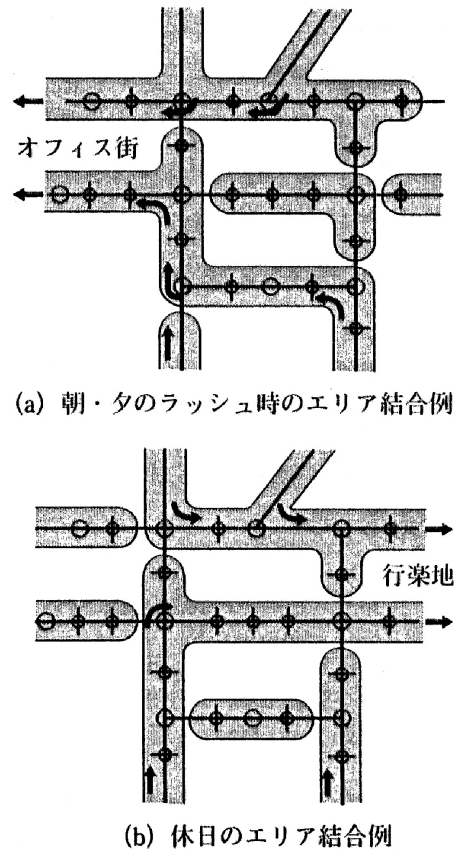


Fig. 1.5: サブエリアの例（[三井 2000] より転載）。この例では，平日と休日とでエリアの分割が異なる。

ことにより，制御対象地域全体としての信号動作パターンが得られる。その際，得られたパ

ラメータが類似するサブエリア同士は結合される (Fig.1.5)。曜日や時刻により変化する交通状況に対応するため、エリアの分割や各エリアでのパターンを適宜切り替えることで制御を行う。

上述の方法において、サブエリアごとのパターンを統合したものが制御対象地域全体の最適解となる保証はない。ただし、広域制御では制御すべきパラメータの数が極めて多く、単純な大域最適化問題として解を求めるのは事実上不可能である。このため、上述したサブエリア分割を行い、サブエリア同士の相互干渉を無視することで解の探索空間を絞り込むというアプローチを採用している。

この方法は事前に決めたパターンの中から状況に応じて適当なものを選ぶため、事故や道路工事によって想定外の交通状況に陥った場合、適切な対応を取ることができない。またパターン設定後に交通状況が変わると再度の計算が必要になる。また上述したように、用意できるパターンは最大で 10 種類程度であり、交通状況が動的に変化する場合、それに柔軟に対応することは難しい。また制御対象地域をサブエリアへと分割する作業は、設計者の経験的知識に頼る部分が多い。

上記の方法をオンライン化し、交通予測と制御パラメータの算出をリアルタイムで行うシステムの構築も近年試みられている [三井 2000, 宇佐美 2002]。この方法では最適化計算の計算量に上限があり、計算時間と制御対象地域のサイズとの間にトレードオフ関係がある。また制御パラメータの更新は 10 分間隔程度であり、大規模な地域をリアルタイムで制御することは難しい。

1.2.3 自律分散的手法による信号網制御の研究例

各信号を自律要素とみなし、信号網を自律分散システム [伊藤 1995, 新 1995] として制御する研究が近年試みられている。

自律分散的方法では集中管理機構は存在せず、各信号が自己の挙動を決定する。従って集中管理的手法のような計算量の問題は発生せず、きわめて大規模な信号群を制御でき、大幅な効率改善が期待できる。またシステムの変更や拡張にも柔軟に対応できる。

1.2.3.1 マルチエージェント強化学習

三上ら [Mikami 1994, 三上 1994, 三上 1998] は強化学習 [Sutton 1998] を行うエージェント群によって信号網の制御を行っている。交差点はすべて十字路で、直進のみの 2 現示 (縦方向が青 / 横方向が青) のサイクルを持つ。時間は離散化されており、各エージェントは 10

秒毎に自己の行動 (= 現示) を選択する。エージェントの状態は自分自身の現示と隣接する4つの信号の現示によって表され、各状態における最適な行動をエージェントがQ学習により学習する。行動の評価は、それぞれの交差点の自動車待ち台数によって与えられる。

三上らの提案した学習機構 [三上 1998] の特徴は、隣接するエージェント同士が、行動の評価値に応じて報酬の平滑化やエッジ強調を行うことにある。三上らはこれをフィルタ学習と命名している。これら平滑化やエッジ強調が一種の通信として働くことにより、エージェントの協調が実現される。

三上らは、碁盤状の道路網と直進のみ (右左折なし) の交通流を想定したシミュレーションを行い、有効性の検証を行っている。

参沢ら [参沢 2000] も三上らと同様、フィルタを持つエージェント群によって信号網の制御を試みている。この研究で制御されるのは信号の青時間であり、各エージェントは、様々な秒数に対応する“青時間ルール”から1つのルールを選んで実行する。このルールの重み付けが学習によって変化する。

参沢のモデルでは、各エージェントは環境に関する知識をある程度持っており、エージェント自身が環境 (交通状況) を評価して自己の報酬を決める。これは自己強化と呼ばれる。この自己強化によって学習速度を向上させることができる。また参沢らは、道路交通のように不確実性が大きい環境においては、最適性の保証^{*1}よりも効率の良さ (学習の速さ) が重要であると述べ、それに適した Profit-Sharing という学習法 [山村 1995] を用いている。

参沢らは確率的に右左折する交通流を仮定し、碁盤状の道路網でシミュレーションを行っている。

[三上 1998], [参沢 2000] いずれの研究でも、制御されているのは青時間であり、スプリットやサイクル長は明示的には扱わない。また隣接信号とのオフセットは考慮されていない。その意味でこれらの研究は、系統制御 / 広域制御というより、むしろ地点感応式制御 (1.2.2.1 項参照) に近く、このような手法で交通網を制御して大きな効果を挙げられるのかは疑問である。なお3つのパラメータ全てを強化学習で扱うことは収束時間の観点から困難であると [参沢 2000] には述べられている。

3つのパラメータを扱った研究としては [吉田 1999] がある。ただし各パラメータは離散値 (3種類のサイクル長, 5種類のスプリット, 8種類のオフセット) に限定されている。

各信号エージェントは、自己の近傍のエージェントの中から協調相手を選び、サイクル

^{*1} ここでの“最適性の保証”とは、“単一のエージェントが学習を行う際に最適解へと収束することを保証する”という意味である。学習エージェントが多数集まって構成される系で大域最適解への収束を保証するものではない。

とスプリットを協調相手の値に合わせ、オフセットの値をセットする。近傍エージェントがそれぞれ3つのパラメータを持つため、入力は極めて高次元となるが、ここで吉田はModular-Q学習と呼ばれる方法 [Ono 1996] を用いて計算量爆発を回避している。すなわち各エージェント（信号）は単一の学習器を用いるのではなく、隣接する他の信号と1対1で対応する複数個の学習器を持つ。これら各モジュールの決定した行動を統合することで、エージェントの最終的な行動が決まる。

吉田は提案手法を碁盤状の環境と右左折のある交通流モデルを用いたシミュレーションで検証したが、振動現象が見られ、満足のゆく収束結果は得られていない。

1.2.3.2 分散ファジーコントローラ

ファジー制御を単一の信号（地点感応式）に応用する研究は、以前から数多くなされている（例えば [Pappis 1977, Trabia 1999, Niittymäki 2000] など）。Leeら [Lee 1999] はこれを単一の信号から信号網の制御へとこれを拡張している。

Leeらのモデルでは、各コントローラは自分の交差点の車両感知器の測定値と共に隣接交差点での測定値も得ることができる。これらの入力を元に、現在の現示を終わらせて次の現示に移るか否かをファジーコントローラが判断する。

隣接交差点の交通量を考慮したファジーセットを用いることで、隣り合う信号同士の協調が実現され、信号の切り替わるタイミングの同期運動や、負荷分散機能（下流の交差点が渋滞している時、その交差点への流入量を制限する）が実現されたとLeeらは述べている。そして提案手法を従来の地点感応式制御（1.2.2.1項参照）による交通網と比較し、提案手法の有効性を確認している。

この研究でも制御対象は青時間であり、3つの制御パラメータ（スプリット/オフセット/サイクル長）は明示的には扱われていない。またファジー制御は解析が極めて困難であり、制御対象の安定性や収束性は保証されない。つまり、仮に交通状況が定常的だとしても、3つのパラメータが一定値へと収束することは保証できない。

このモデルでは信号同士は通信を行わず、互いの挙動を正確に知ることはできないため、信号現示を切替えるタイミングを厳密に制御することはできず、前述の同期運動はオフセットの制御だとは言い難い。以上の理由から、Leeらの手法は、あくまで地点感応式制御の拡張と考えるべきである。

Leeらのモデルの特徴の1つは現示方式も可変であることで、次はどの現示にするのかもファジーコントローラによって決定される（例えば右折流が多い時は、新たに右折専用現示

を設けることができる)。これは非常に興味深いが、Leeら自身も述べているように、運転者を混乱させる恐れがある。現示方式を可変とすることは現実的ではないと考えられる。

1.2.3.3 非線型結合振動子系

関山ら [関山 2001] は信号動作の周期性に着目し、非線型振動子 [蔵本 1991] によって信号をモデル化することを提案した。各振動子(信号)は個別の周波数と隣接相互作用項とを持ち、これら振動子が周波数同期する際に位相差が生じる。関山らは、この位相差を用いてオフセット制御を行った。

オフセットの制御を行うためには、望ましいオフセットの値を決める基準が必要となるが、関山らはスルーバンド(1.2.2.2項参照)を目安としている。十字路交差点には4つの流入口があるが、そのうち流量最大のものに着目し、その流入口の上流の交差点とのオフセットがスルーバンドに等しくなるように制御する。関山らは直進交通流に限定した簡単な環境でシミュレーションを行い、提案手法の有効性を確認している。

これは非線型結合振動子モデルを信号制御に用いた最初の研究であり、自律分散的手法によってオフセットの制御を実現している。ただしこの方法は、周波数を変化させることで位相差の制御を実現している。このため、オフセットと周波数という2つのパラメータを互いに独立して扱うことはできない。また道路上の順逆両方向の交通量が拮抗する場合に適切なオフセットが形成されず、周波数ドリフトが発生してシステムの交通効率が低下するという問題が報告されている [関山 2001]。関山らは周波数の更新ルールに学習を導入してこの問題の解決を試みている。

西川・喜多ら [中澤 2001] も非線型結合振動子によるオフセット制御手法を提案している。上述の [関山 2001] では各振動子(信号)が個別の周波数を持つのに対し、西川・喜多らのモデルでは各振動子は共通の周波数を持つ。また振動子間の位相相互作用項は、2つの信号の位相差が目標値に一致した時に0となるように与えてある。これらの特徴は本論文の振動子モデルとも共通する。[中澤 2001] で扱われているのはオフセットだけであり、スプリットやサイクル長の制御は行われていない。

1.2.3.4 自律分散型信号網制御の研究例のまとめ

以上に見てきた自律分散型信号網制御の研究例を総括する。まずマルチエージェント強化学習と分散ファジー制御によるものとは、手法の違いはあるものの、

- 青時間を制御，スプリットやサイクル長は直接扱えない
- オフセットは扱えない

という共通点を持つ．これは地点感応式の単独制御（1.2.2.1 項）とも共通する特徴であるが，地点感応式制御で交通網を扱っても効果を挙げられないことは既に述べた．

非線型結合振動子系による方法は，振動子の位相差の制御によってオフセットを制御することができる．ただし [関山 2001] では 3 つのパラメータのうちサイクル長とオフセットとが不可分な形で扱われ，両者を独立に制御することはできない．また [中澤 2001] ではオフセット以外のパラメータは扱われていない．

以上をまとめると，サイクル長，スプリット，オフセットの 3 つを独立に制御する手法は存在しないことがわかる．

自律分散的信号網制御手法では，各信号の最適解（あるいは準最適解）を求め，それらの解をつなぎ合わせることでシステム全体の解を求めている．このようにして得られた解がシステムの最適解となる保証はない．しかし 1.2.2.3 項でも述べたように，信号網制御の場合，従来の集中管理的手法でも最適解を求めることは極めて困難である．

1.3 本研究の目的

これまでに交通信号網の広域制御の概要を説明し、既存の研究を紹介した。そこでは、

- 従来手法では動的変化への対応や拡張性に問題がある
- 自律分散型の制御手法は未発達であり効率が低く、広域制御で重要であるはずのサイクル長やオフセットに関する研究が不足している

ことを述べた。

本研究では、

- 動的変化には柔軟に対応でき、
- 定常的な交通状況では安定した挙動を示し、高い交通効率を達成できる

広域制御手法の確立を目指す。具体的には

- 自律分散的手法によって交通信号網の広域制御を実現する
- 各信号の3つのパラメータ（サイクル長、スプリット、オフセット）を同時に調節する

ことを目的とする。

なお各信号の現示方式は、あらかじめ与えられているものとする。現示方式は交通効率に大きな影響を与えるため、本来ならばパラメータ調整と同時に最適化すべきであるが、既に述べたように、従来手法においてもこれはパラメータ調整とは独立に扱われている問題である。現示方式の決定については本研究では扱わない。

1.2.1 節でも述べたように、交通信号制御には多数の目的が存在し、交通流の円滑化だけでなく歩行者にとっての利用効率や交通流の安全性なども考慮する。ただし信号制御の主目的は交通流の円滑化である。本論文では交通流の円滑化のみを目的とし、歩行者や安全性については考慮しない。

自律分散的手法にも様々なアプローチがある。本研究では各信号を振動子とみなして交通信号網を非線型結合振動子系としてモデル化する。そして振動子の挙動を、湯浅らの提案するグラフ上の反応拡散方程式 [湯浅 1999] によって与えるというアプローチを取る。

1.2.2.3 項でも述べたように、信号網制御はパラメータの数が極めて多く、最適解を求めることは事実上不可能である。また現実の交通流と交通流モデルとの振る舞いは必ずしも一致しない。これらの理由により、信号網制御手法の妥当性を解析的に議論することは困難である。本論文ではシミュレーションによって提案手法の妥当性を評価する。

1.4 本論文の構成

本章では研究の背景を説明し、研究の目的を明らかにした。

次に2章では本論文の問題設定を行い、本論文で用いる基本的な仮定を述べる。また交通信号の振動子モデルについても説明し、振動子の挙動をグラフ上の反応拡散方程式によって設計することを述べる。

3章では、直進交通流のみで右左折がない環境に対象を限定し、また各信号のサイクル長は固定の共通値を取るという仮定を用いて、各信号のスプリットとオフセットを制御する手法を提案する。

次に4章では、サイクル長を共通とする3章の仮定を取り除き、各信号が可変なサイクル長を持つものとする。そして、広域制御におけるオフセットの閉合条件に注目し、サイクル長の制御によってオフセットの閉合条件を緩和することを試みる。

4章までは直進交通流のみを想定して話を進めるが、実環境への適用を考える上で、右左折交通流の扱いは不可欠である。5章ではこれを右左折交通流へと拡張する。そして右左折交通流を仮定した環境における本手法の有効性を確認する。

6章では、5章までで提案した制御手法を、実環境を想定したシミュレーション環境で検証する。

7章で本論文を結論づける。

第 2 章

問題設定

2.1	はじめに	18
2.2	車両感知器と信号が入手できる交通情報	19
2.3	本研究における仮定	21
2.4	交通信号網のモデル化	22
2.4.1	モデル選定の議論	22
2.4.2	交通信号の振動子モデル	23
2.4.3	グラフ上の反応拡散方程式によるシステム設計	26
2.4.4	グラフ上の反応拡散方程式と交通信号制御	30
2.5	各章の位置付け	32
2.6	おわりに	33

2.1 はじめに

本章では，本論文で用いる仮定を導入し，交通信号網のモデル化を行う．

交通状況の動的変化に応じて信号を制御するためには，そもそも交通状況を把握しなければならぬ．この状況把握は道路に設けられた車両感知器によって行う．2.2 節では，車両感知器について考察する．そして信号が取得できる情報のモデルを定める．

2.3 節では本研究で用いる仮定を述べる．

本論文は自律分散型的手法によって交通信号網の制御を行う．自律分散型的手法にも様々なアプローチがあるが，本論文では交通信号を振動子とみなし，それら信号がつながり合う交通信号網を非線型結合振動子系としてモデル化し，グラフ上の反応拡散方程式 [湯浅 1999] によって信号の挙動を設計するという方法を取る．2.4 節では，交通信号を振動子でモデル化し，グラフ上の反応拡散方程式について述べる．

また 2.5 節では，この後の各章の位置付けを明らかにする．

2.6 節で本章を総括する．

2.2 車両感知器と信号が入手できる交通情報

交通状況に応じて信号を制御するためには、まず交通状況を把握しなければならない。このセンシングを行うのが車両感知器である [小沢 1998]。これは道路の各車線に設置され、通過する自動車の台数や速度を測定するものである。現在用いられている車両感知器としては、超音波やマイクロ波の反射を使うもの、画像処理によるもの、また地中に埋め込んだコイルの電磁誘導によるもの（ループ式）がある [小沢 1998, 尾崎 2002]。

交差点の交通状況を把握するためには、交差点各流入部の各車線に車両感知器を配置する (Fig.2.1)。これにより Fig.2.1 の東西方向と南北方向それぞれの交通量の比がわかる。また右折レーン（内側のレーン）の感知器の測定値から、右折する自動車の台数を知ることもしできる。しかしこれだけで全ての情報が得られているとは言えない。例えば極端な例として、ある方向から流入した交通流がすべて直進する場合と、すべて左折する場合をそれぞれ考えよう (Fig.2.1 右図)。この2つは異なる交通状況であり、信号制御の観点からは区別して扱うべきである（扱い方の違いについて詳細は5章を参照のこと）が、単に流入口で交通量を測定するだけでは両者を区別することはできない。

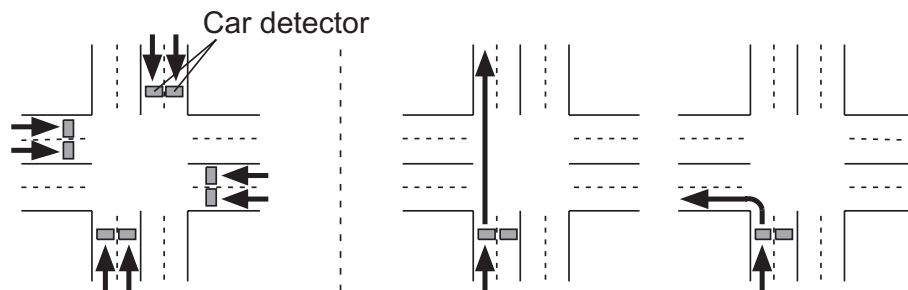


Fig. 2.1: 左：片側2車線の交差点の各流入部に設置された車両感知器。1車線に1台の感知器がある。右：流入部で交通量を測定するだけでは区別できない2種類の交通流。

そもそも信号で制御すべき交通流は“流れ”であり、交差点に入ってきた自動車はいずれかの方向へと出て行く。従って、交差点の交通状況を完全に把握するためには、入り口と出口のペアをすべての組み合わせで考え、それぞれのペアに対応する“流れ”がどれだけの交通量なのかを全て知る必要がある (Fig.2.2)。本研究では、信号はこれら各種の流れの交通量を個別に測定できるものと仮定し、各種交通量の個別の測定値に基づいて信号の制御を行う。

実際これらの情報を得るためには、例えば流入口だけでなく流出口にも車両感知器を設置

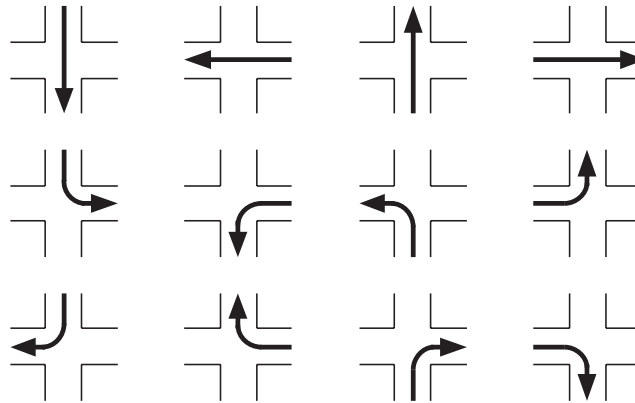


Fig. 2.2: 十字路における“流れ”の種類 .

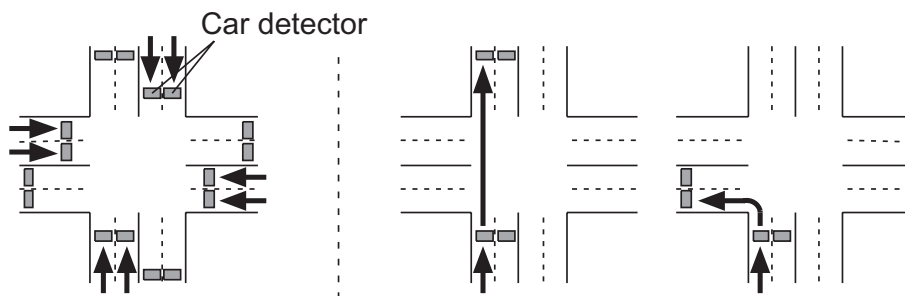


Fig. 2.3: 左： 流入口だけでなく流出口にも車両感知器を設置した場合 . 右： Fig.2.1 では区別できなかった2種類の交通流も、2つの感知器からの情報で区別して扱うことができる .

すればよい (Fig.2.3). これにより各自動車は、交差点に入る時と交差点から出て行く時にそれぞれ感知器によって測定されることとなる . 例えば Fig.2.3 右図で、交差点退出時の直進流の流量が進入時より減っていれば、その分が左折流であることがわかる . このように2つの感知器における測定値を組み合わせれば、Fig.2.1 では区別できなかった左折流と直進流も個別に扱うことができるようになる . この際、個々の感知器には現行の感知器を超える能力は要求されず、ただ配置だけを Fig.2.1 右図のように変更するだけで十分である . 以上のことからわかるように、本論文の仮定 (各信号が各種の流れの交通量を個別に測定可能であるという仮定) は現行の車両感知システムでは実現されていないものの、決して非現実的な仮定ではないと言える .

2.3 本研究における仮定

本研究では以下のような仮定を置く。

1. 道路は片道 1 車線の双方向道路または 1 車線の一方通行道路とする。
2. 交差点形状は十字路または T 字路に限定する。
3. 信号の現示方式は 2 現示サイクルに固定する。
4. 交通信号網を有向単純グラフ（リンクに向きがあり，多重でないグラフ）で表す。信号をノードで表し，隣り合う交差点の信号同士を方向つきリンクで結ぶ。
5. 各信号は，交差点に流入し流出していく各種の“流れ”の交通量を個別に測定できるものとする。
6. 交通量に関するこれらの情報は，互いに隣接する信号が共有する。
7. 隣接する信号は互いの状態を通信し合う。

仮定 1., 2., および 3. について述べる。一般の道路網では車線数は様々であり，交差点形状にも 7 叉路のように複雑なものが存在する。また信号の現示方式にも様々なものが用いられており，大規模な交差点（例えばスクランブル交差点など）では一般に多くの現示数が用いられる。本研究は新たな信号制御手法を扱うものであるが，手法提案の段階において多様な交差点形状・現示方式にすべて対応するのは困難である。本論文では，交差点形状や現示方式に関しては，普遍的かつ単純なものに対象を限定して議論を進める。

仮定 4. は今後の数式展開で用いる道路網のグラフ表現（付録 A 参照）を導入している。有向グラフを信号網モデルに用いるため，隣り合う信号はそれぞれリンクの始点と終点となる。これは交通の方向と無関係であることに注意されたい。リンクに向きを設けるのは，隣り合うノード（つまり信号）の値の差を定義する際に，2 つの信号の順序が必要となるためである（詳細は 3 章以降で述べる）。

仮定 5. は前節での議論を踏まえたものである。前節で述べたように，この仮定は現行の車両感知器配置では成り立たないものの，非現実的な仮定ではない。これを実現するには，ただ車両感知器の増設を行えば十分であり，その際，各車両感知器には特別な機能拡張は必要とされない。

仮定 6. および 7. は，各信号が入手できる情報をその信号の近傍の交通状況に限定し，また相互作用の範囲を隣接する信号同士に限定している。これは自律分散システムとして交通信号網を扱うことを意味している。

2.4 交通信号網のモデル化

2.4.1 モデル選定の議論

1章で説明したように、大規模な交通信号網を動的に制御することは従来の集中管理的手法では困難である。そこで本論文は自律分散的に交通信号網を扱う。

ただし1.2節で紹介したように、自律分散的信号制御手法にも様々なものがある。ここでは、本論文でどのようなモデルを用いるかを検討する。

自律分散的信号制御手法の研究例の大半は、信号の状態を各現示の青時間だけで表し、この青時間を制御することでスプリットとサイクル長を制御しているが、これら2つのパラメータを明示的に制御することはできない。またオフセットの制御は扱われていない。

これに対して[関山 2001, 中澤 2001]では、交通信号を振動子とみなし、それらがつながり合った非線型結合振動子系として交通網をモデル化している。この方法では、振動子間の位相差と対応づけることによってオフセットを表現できる。そもそも非線型結合振動子系は相互作用項を位相差や振幅の関数として記述するため、オフセットの制御と親和性が良い。

以上の理由から、本研究では後者の振動子モデルを採用し、このモデルを用いて3つのパラメータ(サイクル長, スプリット, オフセット)すべての制御を試みる。非線型結合振動子にも様々な種類があるが、本研究ではグラフ上の反応拡散方程式[湯浅 1999]によって振動子の挙動を設計する。

グラフ上の反応拡散方程式によって自律分散システムを設計するメリットの1つは、システム内の各サブシステムの挙動とシステム全体としての大域的な目的との対応関係が明確である点である。自律分散システムは全体としての目的とサブシステムの挙動との対応が取りにくく、サブシステムの挙動のわずかな変更はしばしば大域的に見て全く異なる秩序を生み出す。また、全体としての目的が与えられた時に個々のサブシステムの挙動をどのように定めればよいか分かりにくい。このように、目的を実現するためのシステム設計は一般に容易ではない。これに対して湯浅らの手法は、連続空間上の発展方程式系との対応を取ってグラフ上の発展方程式系を扱い、全体の目標であるポテンシャル汎関数の偏微分として個々のサブシステムの挙動を与えることができる。つまり、従来は困難であった「全体の目的から個々のサブシステムの挙動を設計すること」が実現できていると言える。

この手法のもう1つの利点は、システム全体のダイナミクスが勾配系であり、全体としての収束性が保証されることである。一般の非線型結合振動子系では収束性は必ずしも保証さ

れるものではなく，扱いには注意を要する（例えば [関山 2001] の非線型振動子による信号網モデルでは，特定条件下での周波数ドリフトの発生が報告されている）．グラフ上の反応拡散方程式によってサブシステム（ここでは各信号）の挙動設計を行えば，収束性の問題に関して特に注意を払う必要はなく，設計が容易となる．

以下，2.4.2 節では本論文で用いる振動子モデルを説明し，次に 2.4.3 節ではグラフ上の反応拡散方程式について概要を述べる．

2.4.2 交通信号の振動子モデル

ここから具体的なモデルの説明に移る．まず信号の動作が周期的であることに着目し，信号 i を位相 $\theta_i \in [0, 2\pi)$ を持つ振動子として表す (Fig.2.4)．位相 θ_i の挙動は周波数 ω_i に従い，

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i \quad (2.1)$$

と与えられているものとする（なお位相に加えて振幅も考える振動子モデルもあるが，本研究では位相振動子モデル [蔵本 1991] を用い，振幅は考えない）．従って振動子は周期 $2\pi/\omega_i$ で回転する．これにより，信号のサイクル長（周期）と振動子の周波数 ω_i が対応づけられる．

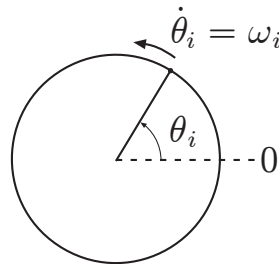


Fig. 2.4: 位相 θ_i と周波数 ω_i を持つ振動子．

次に，信号の現示を振動子モデルで表すことを考える．ここで振動子の位相 θ_i の値域 $\mathcal{D} := [0, 2\pi)$ を，互いに交わりを持たない 2 つの扇形領域 $\mathcal{D}_{i1}, \mathcal{D}_{i2} \subset \mathcal{D}$ へと分割する．

$$\mathcal{D}_{i1} \cap \mathcal{D}_{i2} = \{\emptyset\} \quad (2.2)$$

$$\mathcal{D}_{i1} \cup \mathcal{D}_{i2} = \mathcal{D}_{i1} + \mathcal{D}_{i2} = \mathcal{D} \quad (2.3)$$

これら部分領域と現示とを 1 対 1 で対応させればよい (Fig.2.5)．すなわち，

$$\theta_i \in \mathcal{D}_{ik} \Rightarrow \text{信号 } i \text{ の現在の現示は現示 } k \quad (2.4)$$

とする．

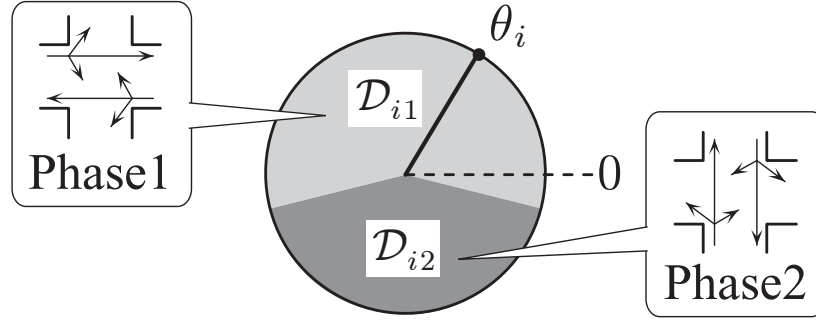


Fig. 2.5: 位相の領域分割と現示の対応関係．領域と現示が1対1で対応する．信号の現在の位相 θ_i がいずれの領域に属するかによって信号の現在の現示が決まる．

この領域分割とスプリットとの関係を考える．一般の n 現示方式信号のスプリットは，それぞれの現示とサイクル長との比を並べてベクトル表記されるが，本研究では2現示に限定しているので，スカラー量でスプリットを表すことができる．すなわちスプリット σ_i を

$$\sigma_i = \frac{\tau_{\text{phase1}}}{\tau_{\text{phase1}} + \tau_{\text{phase2}}} \quad (2.5)$$

と定義する．そして，スプリットが与えられた時の領域の分割を

$$|D_{i1}| : |D_{i2}| = \sigma_i : (1 - \sigma_i) \quad (2.6)$$

とすればよい．ただし $|D_{ik}|$ は扇型領域 D_{ik} のなす角の大きさを表す．具体的には以下のように分割する．まず2つの領域の境界，つまり現示切替え点 Θ_{i1} ， Θ_{i2} を次式で与える (Fig.2.6)．

$$\Theta_{i1} = \left(\frac{1}{2} - \sigma_i\right)\pi, \quad \Theta_{i2} = \left(\frac{1}{2} + \sigma_i\right)\pi \pmod{2\pi} \quad (2.7)$$

そして領域 D_{i1} と D_{i2} を次式で与える．

$$D_{i1} := \{\theta_i \mid \sin \theta_i \geq \sin \Theta_{i1}, \theta_i \neq \Theta_{i2}\} \quad (2.8)$$

$$D_{i2} := \{\theta_i \mid \sin \theta_i \leq \sin \Theta_{i2}, \theta_i \neq \Theta_{i1}\} \quad (2.9)$$

位相 θ_i は速度 ω_i で等速度運動するので，実際に現示1と現示2に割り当てられる時間比率は $\sigma_i : (1 - \sigma_i)$ となることがわかる．

次にこのような信号が複数ある場合を考え，それらの間のオフセットを考える． T_{ij} を信号 i と j のオフセットとする．(2.1) 式より

$$\frac{d}{dt}(\theta_i - \theta_j) = \omega_i - \omega_j$$

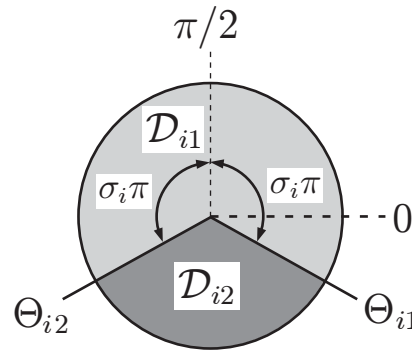


Fig. 2.6: 2つの領域 D_{i1} , D_{i2} . 領域はスプリット σ_i に応じて分割される. 2つの領域の境界が現示切替え点 Θ_{i1} , Θ_{i2} となる.

であるが, もし $\omega_i = \omega_j$ ならば $\frac{d}{dt}(\theta_i - \theta_j) = 0$ となり, 信号 i と j の位相差は一定値となる. この時オフセット T_{ij} と位相差 $(\theta_i - \theta_j)$ の関係は

$$T_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{\omega_i} \quad (2.10)$$

となる.

以上により, 信号の3つのパラメータ(サイクル長, スプリット, オフセット)および信号の実際の現示を, 振動子モデルのパラメータ θ_i , ω_i , σ_i を用いて表現することができた. 本研究ではこの振動子モデルを用い, 振動子モデルのパラメータ θ_i , ω_i , σ_i を制御することで, 信号の実際のサイクル長, スプリット, オフセットを制御する. ここで実際の信号パラメータと振動子のパラメータの関係をまとめると Table 2.1 のようになる.

Table 2.1: 信号パラメータと振動子のパラメータの関係.

実際の信号パラメータ	制御すべき振動子パラメータ
信号 i のサイクル長	ω_i
信号 i のスプリット	σ_i
信号 i と j のオフセット	$\theta_i, \theta_j, \omega_i$ ($\omega_i = \omega_j$ であることが必要)

(2.1) 式を見るとわかるように, 各信号は単に等速で回転しているだけであり, オフセットを制御することはできない. そこで, これら振動子から成る系に位相 θ_i と θ_j の相互作用を入れて非線型結合振動子系とし, それによってオフセットを制御する. この相互作用項を

f_{ij} とすると、振動子 i と j のダイナミクスは

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + f_{ij} \quad (2.11)$$

$$\frac{d\theta_j}{dt} = \omega_j + f_{ji} \quad (2.12)$$

となる．この相互作用項は位相差の目標値を指定し、 i と j の位相差が目標値になった時に $f_{ij} = f_{ji} = 0$ となるように与える．望ましいオフセットの値は交通状況に応じて変わるので、相互作用項 f_{ij} は状況に応じて変化させるものとする．この相互作用項はグラフ上の反応拡散方程式 [湯浅 1999] によって設計する（グラフ上の反応拡散方程式については次節で述べる）．位相 θ_i のダイナミクスと同様、スプリット σ_i および周波数 ω_i も状況に応じて変化させる．これら 3 つのパラメータの具体的な相互作用項の設計については 3 章以降で述べる．

オフセットを表すに当たり、信号 i と j の周波数が $\omega_i = \omega_j$ となる仮定を用いた．周波数の制御に当たっては、この仮定が成り立つよう留意する必要がある．

なお相互作用項が存在する場合、振動子 i と j の周波数が必ずしも等しくなくても一定の位相差を形成することはできる．実際

$$\frac{d}{dt}(\theta_i - \theta_j) = \omega_i - \omega_j + f_{ij} - f_{ji} \quad (2.13)$$

であるから、 $\omega_i \neq \omega_j$ であっても右边を 0 にすることはできる．しかしこの場合、位相差 $(\theta_i - \theta_j)$ が一定値に収束した時の振動子の実際の周波数 $d\theta_i/dt$ は、一般に ω_i と異なる値となり、変数 ω_i と実際の周波数との対応がつかなくなる．同時に周波数の差 $(\omega_i - \omega_j)$ が 0 でないことは、位相差の収束値にも影響を与えてしまい、相互作用項 f_{ij} が定める目標位相差と実際の位相差との対応もつかない．このように共通の周波数を仮定しない場合、振動子ダイナミクスの設計が複雑となる．以上の理由により、本研究では各振動子は共通の周波数を持つものと仮定する．

2.4.3 グラフ上の反応拡散方程式によるシステム設計

本論文では、グラフ上の反応拡散方程式 [湯浅 1999] によって各信号の挙動を設計する．以下に概略を示す．

有限グラフ $G = (V, E)$ の頂点（ノード）の集合 V が内部点の集合 \bar{V} と境界点の集合 ∂V とに分けられ、辺（リンク）の集合が内部辺集合 \bar{E} と境界辺集合 ∂E とに分けられる時 (Fig.2.7), グラフ G を境界付きグラフ [浦川 1996] と呼ぶ（正確な定義は付録 B.1 を参照されたい）． $f(u) : V \rightarrow \mathbb{R}$ を各頂点 $u \in V$ に実数値を割り当てる関数とし、

$C(V) := \{f \mid f: V \rightarrow \mathbb{R}\}$ を V 上の実数値関数全体の集合とする．なお前節で導入した振動子のパラメータ $\theta_i, \omega_i, \sigma_i$ は、いずれもグラフの頂点 $i \in V$ に実数値を割り当てる関数であり、従って集合 $C(V)$ の元である．

同様に、各リンク $e \in E$ に実数値を割り当てる関数全体の集合を $C(E) := \{g \mid g: E \rightarrow \mathbb{R}\}$ と表す．ここで

$$df(e) := f(t(e)) - f(o(e)) \quad (2.14)$$

を対応付ける作用素 $d: C(V) \leftarrow C(E)$ を余微分といい、 df を f の勾配という．ただし $o(e)$ はリンク e の始点 (origin) となる頂点を、 $t(e)$ は e の終点 (terminating node) となる頂点をそれぞれ表す．例えば前節で導入した $\theta_i \in C(V)$ の場合、隣り合うノード i と j の間のリンク (i, j) における θ の勾配は

$$\begin{cases} \theta_i - \theta_j, & (i, j) \text{ の始点が } j \text{ で、かつ終点が } i \text{ の時} \\ \theta_j - \theta_i, & (i, j) \text{ の始点が } i \text{ で、かつ終点が } j \text{ の時} \end{cases} \quad (2.15)$$

となる．

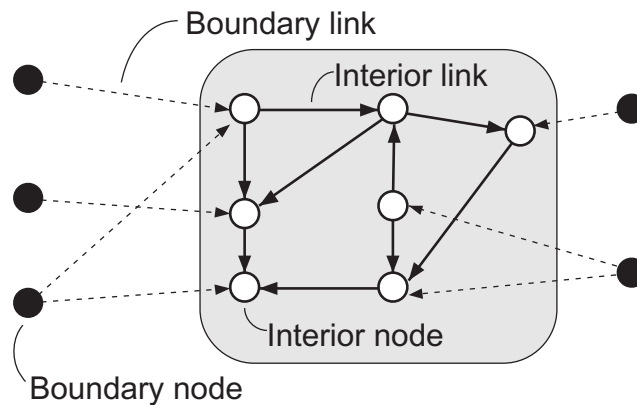


Fig. 2.7: 境界付きグラフ．内部点，境界点，内部辺，境界辺を持つ．

ここでシステム全体 (すなわち内部点の集合 \bar{V}) の状態を評価する関数として、汎関数 (f の関数) $W(f)$ を次式のように定義する．

$$W(f) = W_0(f) + W_1(df) \quad (2.16)$$

$$W_0(f) = \sum_{u \in \bar{V}} F_r(f(u)) \quad (2.17)$$

$$W_1(df) = \sum_{u \in \bar{V}} F_d^{(u)}(df(u)) \quad (2.18)$$

上式の $df(u)$ は、ノード u を端点とするリンク ($\deg(u)$ 本) における f の勾配を並べたベクトルであり、 $df(u) := (df(e))_{e \in E(u)}$ とする (Fig.2.8 参照)．ただし $E(u)$ は u を端点と

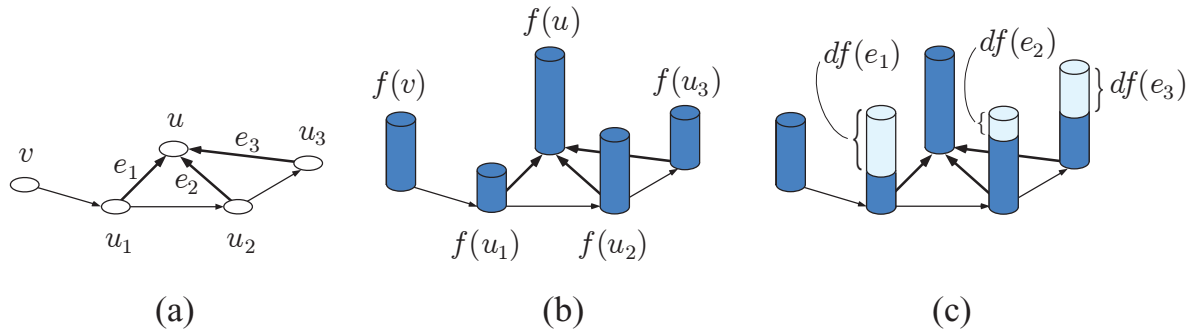


Fig. 2.8: 関数 $f(u)$ と余微分ベクトル $df(u)$ の例 . (a) 与えられたグラフ . ノード u に隣接するノードを u_i と表し, u と u_i を結ぶリンクは e_i とする ($i = 1, 2, 3$). (b) ノード上の関数 $f \in C(V)$. (c) 余微分ベクトル $df(u) = (df(e_i))$. この場合, 各成分は $df(e_i) = f(u) - f(u_i)$ となる .

するリンクの集合を表す . $F_r : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ および $F_d^{(u)} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{\deg(u)}$ は, いずれも C^1 級 (1 階微分可能) であるとする .

ここで (2.16) 式の汎関数 $W(f)$ に対する勾配系

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\delta W}{\delta f}(f) \quad (2.19)$$

を構成してやれば, f は汎関数 $W(f)$ を最小化するように時間発展する . なおこの時, 評価関数 $W(f)$ のことを勾配系のポテンシャルと呼ぶ^{*1} . 実際, f が (2.19) 式の解ならば

$$\frac{\partial W(f)}{\partial t} = \left[\frac{\delta W}{\delta f}(f) \right] \frac{\partial f}{\partial t} = - \left| \frac{\delta W}{\delta f}(f) \right|^2 \leq 0 \quad (2.20)$$

となるから, $W(f)$ は時間に対して単調に減少することがわかる . 従って, 目標の状態に達した時に極小値となるよう汎関数 $W(f)$ を設計してやれば, この勾配系によってシステムを目標状態へと変化させてやることができる .

(2.19) 式の右边を実際に展開し, 具体的に関数 f をどのように変化させればよいかを求める . まず (2.16) 式の右边第 1 項 ((2.17) 式) を汎関数微分する . $W_0(f)$ は余微分を含まず, 各ノードの値は他のノードの状態とは無関係に決まる . 従って $W_0(f)$ を各ノードで微分すればよい .

$$\frac{\delta W_0(f)}{\delta f} = F_r'(f) \quad (2.21)$$

^{*1} 勾配系のポテンシャルは力学のポテンシャルとは性質が異なることに注意されたい [新 1995] . 力学系のポテンシャルとは, その空間微分が力に比例する . このため摩擦が存在しない場合ポテンシャルは加速度に比例し, 保存量となる . これに対して勾配系のポテンシャルは, その空間微分が加速度ではなく速度に比例する .

ただし F'_r は F_r の 1 階導関数である .

次に (2.16) 式の第 2 項 ((2.18) 式) を汎関数微分する . $W_1(df)$ は余微分を含むため , 単純に各ノードで微分することはできない . また勾配 df には外部辺が含まれるため , 境界条件 (システムの外部から与えられる制約) を考慮する必要がある . ここでいくつかの仮定や境界条件 (詳細は付録 B.3 を参照のこと) を置くことにより ,

$$\frac{\delta W_1(f)}{\delta f} = 2\nabla^{(u)} \cdot dF_d(u) \quad (2.22)$$

$$\nabla^{(u)} \cdot dF_d(u) := \sum_{e \in E(u)} \text{sign}(u, e) \frac{\partial F_d^{(u)}(df(u))}{\partial df(e)} \quad (2.23)$$

となる . ただし $\text{sign}(u, e)$ は , リンク e とその端点 u によって定義される符号関数で ,

$$\begin{cases} \text{sign}(t(e), e) = +1 \\ \text{sign}(o(e), e) = -1 \end{cases} \quad (2.24)$$

とした .

(2.21) 式および (2.22) 式から , (2.16) 式のポテンシャル W に関する勾配系は以下のようになる .

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\delta W}{\delta f}(f) = -F'_r - 2\nabla^{(u)} \cdot dF_d(u) \quad (2.25)$$

(2.17) 式では各ノードの値 $f(u)$ の関数の和によって W_0 を定義し , (2.18) 式では各ノードに接続するリンクの余微分 $(df(e))_{e \in E(u)}$ の関数の和で W_1 を定義した . 偏微分を取ったことによりそれぞれ総和記号が外れ , (2.25) 式のノード u のダイナミクスは , そのノードの値 $f(u)$, およびノード u に接続するリンクの余微分 $(df(e))_{e \in E(u)}$ だけに依存する . これは自律分散システムであることを保証している . つまり , 各ノードはシステム全体の大局的な情報は用いず , 自分自身の状態と隣接ノードの状態をもとに行動する .

(2.25) 式の右辺第 2 項 ((2.23) 式) は通常のユークリッド空間における Laplace 作用素

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \quad (2.26)$$

と対応するものである [浦川 1996] . 従って右辺第 1 項を無視すれば , (2.25) 式は , ユークリッド空間における拡散方程式 (あるいは熱伝導方程式) [河村 1998]

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = a\Delta\xi \quad (2.27)$$

に対応することがわかる . この拡散方程式に $g(\xi)$ の項を加えたもの

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = g(\xi) + a\Delta\xi \quad (2.28)$$

は(1成分系の)反応拡散方程式[太田 2000]と呼ばれる。この時 $g(\xi)$ を反応項, $a\Delta\xi$ を拡散項という。先ほどの(2.25)式をユークリッド空間の反応拡散方程式((2.28)式)と見比べると,(2.25)式が関数空間 $C(V)$ 上の(つまりグラフ上の)反応拡散方程式となっていることがわかる。

反応拡散方程式の反応項は各点で決まる項であり,これは自律分散システムの観点から言えば,各サブシステムの自律的な行動を意味する。一方,拡散項は空間相互作用を表す項であり,自律分散システムの観点から言うと,サブシステム同士の通信や協調を意味する。この反応項と拡散項のバランスにより,自律的要素の大域的協調が実現される。

2.4.4 グラフ上の反応拡散方程式と交通信号制御

グラフ上の反応拡散方程式は1成分系であり,グラフの各ノードが持つ値はスカラー量(1種類の変数)に限定される。これまでグラフ上の反応拡散方程式は移動ロボット群の分散配置[湯浅 2001]や多脚歩行ロボットの歩容生成[Suzuki 2002]などに適用されてきたが,これらで扱われているのはいずれも1変数である。例えば脚ロボットの場合,振動子による脚モデルの位相(スカラー量)を制御する。移動ロボット群の場合,ロボットの動作は2次元平面内での移動であるが,ロボットが持つ変数は配置の“不均一さ”を表すスカラー値指標であり,この“不均一さ”を最小にする方向へとロボットを動かすことで2次元平面上での動作を求めている。

本論文で制御したいのは,各信号の3つのパラメータ(サイクル長,スプリット,オフセット)であるが,交通効率と各パラメータの関係は不明であり,上述した移動ロボットの場合のようにスカラー量から2次元以上の動作を作り出すことはできない。多数のパラメータを持つ多成分系の反応拡散方程式は,ユークリッド空間の場合であれば既に知られているが,これに対応するグラフ上の発展方程式は未解決な問題である。そこで本論文では,3種類の反応拡散方程式を導入し,それぞれの方程式と3つの振動子パラメータを対応づけることにより,3つのパラメータを個別に制御するものとする。

ただし用いる振動子のモデルによっては,3つのパラメータを互いに独立に扱うことはできなくなる(例えば[関山 2001]では,振動子の位相差と周波数が不可分な形で扱われており,オフセットを制御するとサイクル長が必ず変わってしまう)。これに対して本論文で用いる振動子モデルでは,3つの振動子パラメータ(位相 θ_i , 周波数 ω_i , およびスプリット σ_i)を互いに独立に動かせる形となっているため,3つの反応拡散方程式を導入することが可能となる。

厳密に言えば,信号の3つのパラメータは相互に影響し合う。例えばシステム全体のサイ

クル長が変われば各信号の取るべきスプリットの値も変化すると考えられるし、同様の関係はサイクル長とオフセット、スプリットとオフセットにおいてもそれぞれ存在する。また2つの信号の互いに種類の異なるパラメータ（例えば信号 i のスプリットと信号 j のサイクル長）の間にも相互影響が存在する。従って最適解を求めるためには、各変数を独立に制御するのでは不十分であり、制御対象地域内の全ての信号パラメータを一括して扱う必要がある。ただしこの場合、もはや分散的手法を用いることはできない。

既に述べたように、そもそも信号網制御はパラメータの数がきわめて多く、単純な最適化では扱いきれない。集中管理的手法（1.2.2.3 項）では制御対象地域をサブエリアに分割することで解の探索空間を絞り込んでいるし、自律分散的手法の従来研究（1.2.3 節）では、扱うパラメータを1種類に限定したり、パラメータの値を離散化することで、やはり探索空間の絞り込みを行っている。本研究では、異なるパラメータ同士の相互影響は無視し、異なる信号の持つ同種のパラメータの間の相互影響（例えば信号 i のスプリットと j のスプリットなど）だけを考え、3つの反応拡散方程式によって信号網を制御する。

グラフ上の反応拡散方程式では、どのようなポテンシャルを作るかが極めて重要であり、個々の制御対象に適したポテンシャルを設計する必要がある。(2.16)~(2.18)式を見ると、システム全体のポテンシャルは総和型、つまり各要素の評価関数を要素に関して足し合わせた形になっている。従ってポテンシャルの設計とは、この各要素の評価関数 $F_r(f(u))$ および $F_d^{(u)}(df(u))$ の設計であると言える（なおこれ以後本論文では、 $F_r(f(u))$ および $F_d^{(u)}(df(u))$ のことを局所的ポテンシャルと呼ぶ）。交通信号制御の場合、交通状況に応じた制御を行う必要があるため、(局所的)ポテンシャルの形状に交通状況を反映させる必要がある。詳細は3章以降で詳しく述べる。

2.5 各章の位置付け

2.4.2 節でも述べたように，本論文では各信号の周波数が共通の値であることを仮定してオフセットを制御する．まず3章では，周波数は共通の固定値として制御せず，オフセットとスプリットの制御だけを扱う．また交通流は直進のみに限定する．

次に4章では，3章で提案したオフセット・スプリットの制御法に加えてサイクル長の制御を扱い，値の均一性を保ちながらシステム全体のサイクル長を状況に応じて変化させることを試みる．

実環境への適用を意識した場合，右左折交通流の扱いは不可欠である．そこで5章では，4章において確立した3つのパラメータの制御手法を，右左折のある交通流へと拡張する．この時，交差点における直進流と右左折流で扱いを変えなければならず，直進流と右左折流の交通量が個別に求められること（2.2 節参照）が必要となる．

6章では5章までで提案した手法を実環境へ適用する．

各章の位置付けの概念図を Fig.2.9 に示す．

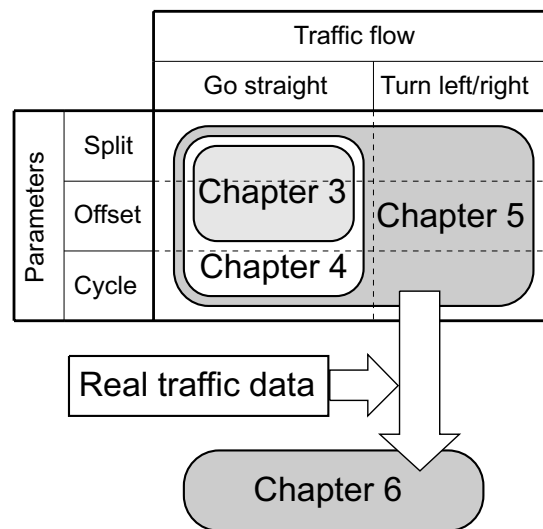


Fig. 2.9: 各章の内容の位置付けの概念図．扱う交通流の種類（直進交通流と右左折交通流），制御するパラメータ（スプリット，オフセット，サイクル長）による分類．

2.6 おわりに

本章では、本論文で用いる仮定を導入し、交通信号網のモデル化を行った。

まず 2.2 節では、信号が取得できる交通状況の情報のモデルを定めた。信号制御を行う上で、直進流と右折流、左折流など種類の違う“流れ”は区別して扱うべきであることを述べ、これら種類の違う流れを個別に測定できるものとすることを述べた。また適切に車両感知器を配置することで、この仮定を実現可能であることを述べた。

2.3 節では、本論文で用いる仮定を述べた。

2.4 節では、交通信号を振動子でモデル化し、グラフ上の反応拡散方程式について述べた。まず振動子モデルを説明し、振動子モデルのパラメータ（位相 θ_i 、周波数 ω_i 、スプリット σ_i ）と実際の信号の動作との関係を明らかにした。次にグラフ上の反応拡散方程式による自律分散システムの設計手法の概要を説明し、これによって振動子の挙動を与えることを述べた。

2.5 節では、この後の各章の位置付けを述べた。

第 3 章

非線型振動子モデルによるスプリットとオフセットの制御

3.1	はじめに	36
3.2	前提条件	37
3.2.1	本章における仮定	37
3.2.2	本章で用いる交通情報	37
3.3	固定周波数を持つ信号モデル	39
3.4	スプリットの制御	42
3.4.1	スプリット制御の仕様	42
3.4.2	スプリット制御のダイナミクス	43
3.4.3	交差点に流入する自動車台数とポテンシャル W_0 の目標値の関係	45
3.5	オフセットの制御	48
3.5.1	オフセット制御の要求仕様	48
3.5.2	オフセット制御のための位相ダイナミクス	49
3.6	シミュレーション	53
3.6.1	交通流モデル	53
3.6.2	シミュレーション環境	54
3.6.3	シミュレータ	54
3.6.4	シミュレーション 1: 静的交通状況	56
3.6.5	シミュレーション 2: 交通状況の変化	62
3.6.6	シミュレーション 3: 動的交通状況	64
3.6.7	シミュレーション 4: 外乱への対応	69
3.7	おわりに	70

3.1 はじめに

本章では、前章で述べた交通信号網の非線型結合振動子モデルを用いてスプリットとオフセットを同時に制御する手法を提案する。

2.4.2 節でも述べたように、本論文ではオフセットの制御を行うに当たり、隣接する振動子の周波数が等しいことを仮定としている。そこで本章では、サイクル長の制御は行わず、周波数の均一性に関する仮定が満たされているところから出発する。

3.2 節では、まず本章の前提条件を明らかにする。

3.3 節では、非線型結合振動子によって交通信号網をモデル化する。

3.4 節では、スプリットの制御手法を提案する。

3.5 節では、オフセットの制御手法を提案する。

3.6 節でシミュレーションを行い、スプリットおよびオフセットの制御手法の有効性を確認する。

3.7 節で本章を結論づける。

3.2 前提条件

3.2.1 本章における仮定

既に本論文の基本的な仮定は 2.3 節でも述べているが，ここでは本章の中で用いる仮定を述べる．

2.3 節でも述べたように，道路は片道 1 車線の双方向道路であるものとするが，さらに本章では簡単のため自動車の右左折は扱わず，交通流は直進のみとする．また交差点はすべて十字路に限定する (Fig.3.1)．

右左折を扱わないため，信号の現示方式は Fig.3.2 のようになる．ここで東西を青とする現示を “Phase1”，南北を青とするものを “Phase2” と呼ぶことにする (Fig.3.2)．

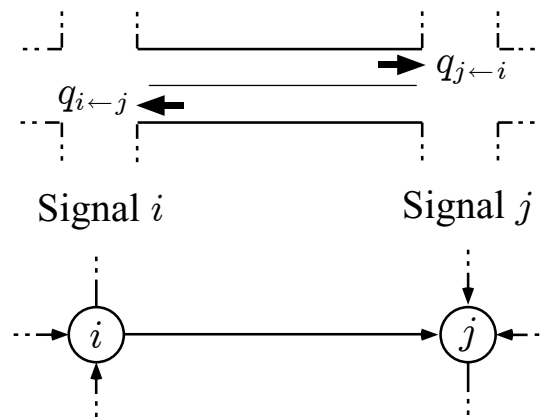


Fig. 3.1: 前提条件．上：片道 2 車線の双方向道路と十字路の交差点，および信号が観測する交通量．下：道路網の有向グラフ表現．

3.2.2 本章で用いる交通情報

2.3 節の仮定 5. では，各信号は自己の交差点に流入し流出していく各種の “流れ” の交通量を個別に測定できるものとした．本章では交通は直進のみで右左折は存在しないので，各信号が測定する交通量は，東西南北の各方向から交差点へと流入してくる交通量となる (Fig.3.1)．なお交通量は以下の式で与える．

$$q = \frac{1}{q_{\max}\tau} \int_t^{t+\tau} Q(t') dt' \quad (3.1)$$

ただし q_{\max} は限界交通流量 (単位時間当たりの通過台数の上限値), $Q(t)$ は時刻 t における瞬間的な流量であり, τ は青信号の時間である. (3.1) 式により流量は規格化され, $q \in [0, 1]$ となる.

なお本論文で今後「流量」または「交通量」と言う場合, 特に断らなければこの規格化交通量を指すものとする.

2.3 節の仮定 6. では, 交通量に関する情報は隣接信号間で共有できるものとした. 従って, Fig.3.1 の信号 i と j は, j から i へ流れる交通量 $q_{i \leftarrow j}$ および i から j への交通量 $q_{j \leftarrow i}$ の情報を共有する.

3.3 固定周波数を持つ信号モデル

2.4.2 節でも述べたように，交通信号の振動子モデルでは 3 つのパラメータ（位相 θ_i ，周波数 ω_i ，およびスプリット σ_i ）を持つ．このうち周波数 ω_i は本章では扱わず，信号の内部状態は位相 $\theta_i \in [0, 2\pi)$ とスプリット $\sigma_i \in [0, 1]$ の 2 変数だけで表わされるものとする (Fig.3.2)．

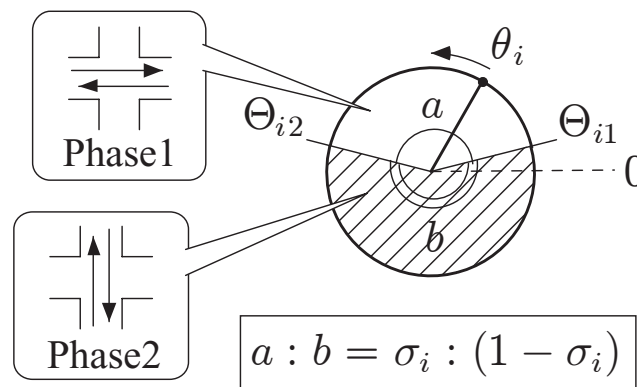


Fig. 3.2: 信号の振動子モデル．信号の現在の位相角 θ_i を単位円周上の点で表す．円周上には 2 つの現示切替え点 Θ_{i1} と Θ_{i2} があり，それらを境界とする 2 つの扇形領域に分けられている．これら扇形領域は現示 “Phase1” と “Phase2” にそれぞれ対応し，信号の位相角 θ_i がどちらに属するかによって信号の現在の現示が決まる．扇形領域の角度の比 $a : b$ はスプリット σ_i の値で決まる．

なお，ここからの内容は 2.4.2 節と一部重複するが，振動子パラメータ (θ_i および σ_i) と実際の信号挙動の対応について述べる．

まずスプリット σ_i の定義は，2.4.2 節 (2.5) 式

$$\sigma_i = \frac{\tau_{\text{phase1}}}{\tau_{\text{phase1}} + \tau_{\text{phase2}}} \quad (3.2)$$

によって与える．ただし τ_{phase1} , τ_{phase2} は，それぞれ Fig.3.2 における Phase1 と Phase2 の持続時間である．

位相角 θ_i とスプリット σ_i が与えられた時の実際の信号現示は，2.4.2 節で述べたのと同様にして決める．まず現示切り替え点 Θ_{i1} と Θ_{i2} (Fig.3.2) を以下のように定める ((2.7) 式参照)．

$$\Theta_{i1} = \left(\frac{1}{2} - \sigma_i\right)\pi, \quad \Theta_{i2} = \left(\frac{1}{2} + \sigma_i\right)\pi \pmod{2\pi} \quad (3.3)$$

現示切替え点のスプリット σ_i に依存することに注意されたい．この2つの現示切り替え点によって単位円を2つの扇形領域 (Fig.3.2) へと分割する．そして信号の位相角 θ_i がどちらの領域に属するかによって信号の現示を決める．これを式で表すと以下ようになる．

$$\begin{cases} \text{Phase1: } \sin \theta_i \geq \sin \Theta_{i1}, & \theta_i \neq \Theta_{i2} \\ \text{Phase2: } \sin \theta_i \leq \sin \Theta_{i2}, & \theta_i \neq \Theta_{i1} \end{cases} \quad (3.4)$$

もし $d\theta_i/dt$ が定数ならば，信号はスプリット比に応じた青時間を各方向に与えることとなる．

2.3節の仮定4. で述べたように，本研究は信号群の隣接関係（結合関係）を有向単純グラフで表す（枝の方向と交通の方向は無関係であることに注意されたい．道路はあくまで双方向であり，それを1本のリンクで表す．）．ここで，以下に示すような枝 (i, j) の関数を導入する．

$$\text{sign}(i, j) = \begin{cases} +1, & i \text{ が } (i, j) \text{ の終点のとき} \\ -1, & i \text{ が } (i, j) \text{ の始点のとき} \end{cases} \quad (3.5)$$

この関数を用いて，隣接する信号 i と j との間のスプリットの差 $\rho_{(i,j)}$ ，および位相角の差 $\phi_{(i,j)}$ を以下のように定義する．

$$\rho_{(i,j)} = \text{sign}(i, j)(\sigma_i - \sigma_j) \quad (3.6)$$

$$\phi_{(i,j)} = \text{sign}(i, j) \left[\{ \theta_i - \xi(i, (i, j)) \} - \{ \theta_j - \xi(j, (j, i)) \} \right] \quad (3.7)$$

ただし $\xi(i, (i, j))$ は信号 i とリンク (i, j) の関数であり，以下の式で与える．

$$\xi(i, (i, j)) = \begin{cases} \Theta_{i1}, & (i, j) \text{ が東西方向の道路のとき} \\ \Theta_{i2}, & (i, j) \text{ が南北方向の道路のとき} \end{cases} \quad (3.8)$$

(3.7) 式の位相差 $\phi_{(i,j)}$ は，現示切替え点を基準として定義していることに注意されたい．東西方向の道路の現示は“Phase1”であり (Fig.3.2)，その現示が開始されるのは位相角が $\theta_i = \Theta_{i1}$ の時である．同様に南北方向の道路の場合，現示は“Phase2”であり，“Phase2”が開始されるのは位相角が $\theta_i = \Theta_{i1}$ の時である．このように，それぞれの現示が始まる点を基準として位相角をはかり，それらの差として位相差 $\phi_{(i,j)}$ を定義する．本研究では位相差の制御によってオフセットの制御を実現するが，そもそもオフセットは現示開始時刻の差で定義される量である．そのため，位相差も各々の現示開始点を基準として定義した方が扱いやすい．オフセット制御の詳細は3.5節で述べる．

(3.5) 式で定義される関数 $\text{sign}(i, j)$ を用いることにより，(3.6) 式の $\rho_{(i,j)}$ ，および (3.7) 式の $\phi_{(i,j)}$ では， $\rho_{(i,j)} = \rho_{(j,i)}$ ， $\phi_{(i,j)} = \phi_{(j,i)}$ が成り立つ． $\rho_{(i,j)}$ および $\phi_{(i,j)}$ がそれぞれスプリット σ_i および位相 θ_i の余微分 (2.14 式参照) になっていることに注意されたい．

ここから後, $\rho_{(i,j)}$, $\phi_{(i,j)}$ など添字 (i, j) を持つ変数は, リンク (i, j) 上に定義されているものとみなす. 本研究では単純な (多重ではない) グラフによって交通網をモデル化するので, (i, j) と (j, i) は同一のリンクを意味する. 従って添字 (i, j) を持つ変数は, 添字の i と j を入れ換えても値は変化しない. 一方で添字 $i \leftarrow j$ を持つ変数 (例えば $q_{i \leftarrow j}$) は, 信号 j から i へと流れる交通流に関する量を表す. 従って添字 $i \leftarrow j$ を持つ変数では, 添字 i と j を入れ換えると値が変わってしまう.

3.4 スプリットの制御

ここからはグラフ上の反応拡散方程式によるスプリット制御について述べる．

ここでは以下のような方針に基づいてスプリットを制御する．

- 各信号は、自己の近傍の交通量に応じ、その信号の目標スプリットを決める．
- その目標スプリットを極小値として持つようなポテンシャル関数を作る．
- ポテンシャル関数の勾配系に従って各信号のスプリットを変化させる．

まずスプリット制御の要求仕様を明らかにし、次にその要求仕様を満たすポテンシャル形状を決める．

3.4.1 スプリット制御の仕様

既に述べたように、スプリットとは信号が各現示に与える青時間の比である．従って各信号は、各々が担当する交差点の交通量を各方向（＝各現示）ごとに調べ、交通量の少ない現示の青時間を短縮し、交通量の多い現示を長くすべきである．

しかし、各信号が単純に局所最適化を行っても、その結果は全体として最適であるとは限らず、むしろ交通網の効率が悪化することもある．これは大規模システムの最適化問題で一般に知られた現象であり、例えば交通量配分問題においても、一部の道路の容量増強によって全体の効率が悪化する現象（Smithのパラドクス）が知られている [桑原 2000]．厳密な最適解を求めるためには大域的最適化を行う必要があるが、その場合システムの分散性は失われてしまう．

本研究では大域最適問題の準最適解を自律分散的に求めたい．ここで有用となるのは負荷分散であると考えられる．例えば交通工学でランプ流入制御という問題がある [桑原 2000]．これは高速道路の流入口（ランプ流入）の容量を制限し、システム全体の利用効率を向上させるものである．容量制限によって流入口に新たな自動車の待ち行列が発生するが、一方で高速道路の渋滞は防止され、全体としての効率が向上する．これは流入口と高速道路との間で負荷を分散させることにより、ボトルネックを緩和していると思なすことができる．すなわち、システムを構成する要素が相互に負荷分散を行えば、大域的な準最適解を自律分散的に得ることができると考えられる．

以上の理由により、本研究ではスプリット制御に負荷分散機能を導入する．いま互いに隣

接する 2 つの信号とその間の道路を考えると、両端の信号の現示の青時間は同程度であることが望ましいと考えられる。一方の信号の青時間が反対側のそれに比べて短いと、その信号はボトルネックとなり、そこで交通が滞る可能性がある。逆に自分の青時間が隣接信号に比べて長い場合、その余分な青時間は交通効率の改善には寄与せず、むしろ他の現示の青時間を奪うことになり、交通効率を低下させてしまう可能性がある。このような負荷分散機能を実現するために、隣り合う信号同士がスプリットの値を相手の値に近づけるものとする (Fig.3.3)。

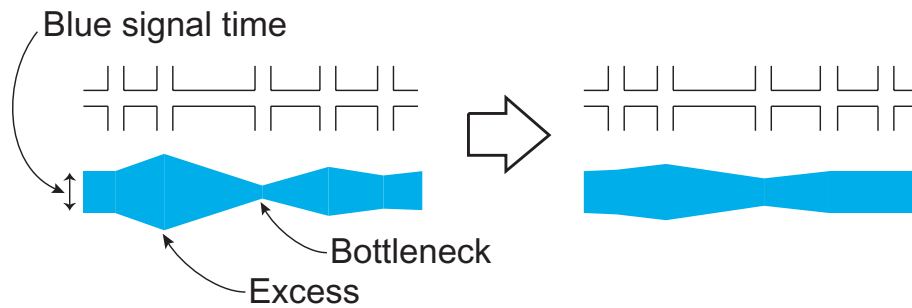


Fig. 3.3: スプリット平滑化による負荷分散の概念図。

3.4.2 スプリット制御のダイナミクス

前節の仕様を踏まえて、信号 i のスプリット σ_i に以下のような勾配系のダイナミクスを導入する。

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \sigma_i}(W_0 + W_1) \quad (3.9)$$

W_0 と W_1 はこの勾配系のポテンシャルであり、それぞれ以下の式により与える。

$$W_0 = \sum_i \alpha \left(\sigma_i - \frac{q_{i \leftarrow w(i)} + q_{i \leftarrow e(i)}}{\sum_{j \sim i} q_{i \leftarrow j}} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$W_1 = \sum_i \sum_{j \sim i} \beta (q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \cdot (\rho_{(i,j)})^2 \quad (3.11)$$

ただし $w(i)$, $e(i)$ はそれぞれ i の西隣と東隣の信号を表す。従って $q_{i \leftarrow w(i)}$ および $q_{i \leftarrow e(i)}$ はそれぞれ、 i の西隣と東隣の信号から i へと流入してくる交通量を表す。 $j \sim i$ は信号 j が i の隣人であることを表す。また α , β はそれぞれ収束の速さを調節するパラメータである。

(3.9) 式はグラフ上の反応拡散方程式 [湯浅 1999] となっており、(3.10) 式の W_0 および (3.11) 式の W_1 の両者を各ノードのスプリット σ_i で偏微分したものは、それぞれ反応項と

拡散項にあたる．2つのポテンシャル W_0, W_1 はともに総和型のポテンシャルであり，各信号における値を全ての i に関して足し合わせる形を取る．実際，(3.9) 式をスプリット σ_i で偏微分すると，

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = -2\alpha \left(\sigma_i - \frac{q_{i \leftarrow w(i)} + q_{i \leftarrow e(i)}}{\sum_{j \sim i} q_{i \leftarrow j}} \right) - 4 \sum_{j \sim i} \beta (q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \cdot (\sigma_i - \sigma_j) \quad (3.12)$$

となる． j と i が隣接していることを $j \sim i$ と表すのに注意すれば，各ノードのスプリットのダイナミクスが自分自身の値 σ_i と隣接ノードの値 σ_j だけで決まることが確かめられる．

(3.10) 式のポテンシャル W_0 は，現在の交通状況に基づく要請を各信号に課す． σ_i の目標値，すなわち W_0 の極小値は， $(q_{i \leftarrow w(i)} + q_{i \leftarrow e(i)}) / (\sum_{j \sim i} q_{i \leftarrow j})$ ，つまり東西方向の交通とトータルの交通の流量比であるが，これは (3.2) 式の青信号時間を交通流量へと置き換えた形になっており，東西方向と南北方向の流量比に応じてその方向への青時間を配分することを意味している（厳密に言うと，配分される青時間の比は東西と南北からそれぞれ流入してきた自動車台数の比とはならない．これは規格化された交通量 q を用いているためである．詳細は 3.4.3 節で述べる）．

(3.11) 式のポテンシャル W_1 は隣接信号とのスプリット比の差を減らす働きを持つ．このスムージングは流量の重みづけがされている．前述したように，ある信号の青時間が隣接信号のそれに比べて短い場合，その部分がボトルネックとなるが，ポテンシャル W_1 の働きにより青時間が引き上げられ，ボトルネックが分散される．逆に周囲の信号に比べて自分だけ青時間が長い場合， W_1 の働きによって過剰な青時間が削られる． W_1 による項（(3.12) 式の右辺第2項）は拡散項であり，このような周囲との関係が交通網全体へ伝播してゆく．ポテンシャル W_1 は，特にシステムが過渡状態にあり，同一道路上での交通流量が不均一な場合に機能し，スプリットを安定させる．

(3.9) 式は W_0 と W_1 の和によって定義されているので，各信号は自己の担当する交差点の交通量に応じて青時間を配分しつつ，隣接信号との青時間の差を少なくするよう自己のスプリットを調整する．このとき局所的要請を重視するか，あるいは隣接信号との差を重視するかのバランスは，(3.10) 式中のパラメータ α と (3.11) 式中の β の比によって決まる．

(3.10) 式および (3.11) 式には交通量 $q_{i \leftarrow j}, q_{j \leftarrow i}$ が入っており，ポテンシャルの極小値や各点での勾配は交通量に依存する．従って本システムは厳密には勾配系とは言えず，交通量が激しく変動する場合にはスプリットが定常値へと収束することは保証されない．しかし，もし交通量の変動が大きくなければポテンシャルの形状はほぼ一定となり，スプリットはポテンシャルの極小値へと収束する．

3.4.3 交差点に流入する自動車台数とポテンシャル W_0 の目標値の関係

前節のポテンシャル W_0 ((3.10) 式) の極小値 (つまり反応項の目標スプリット) について補足説明する .

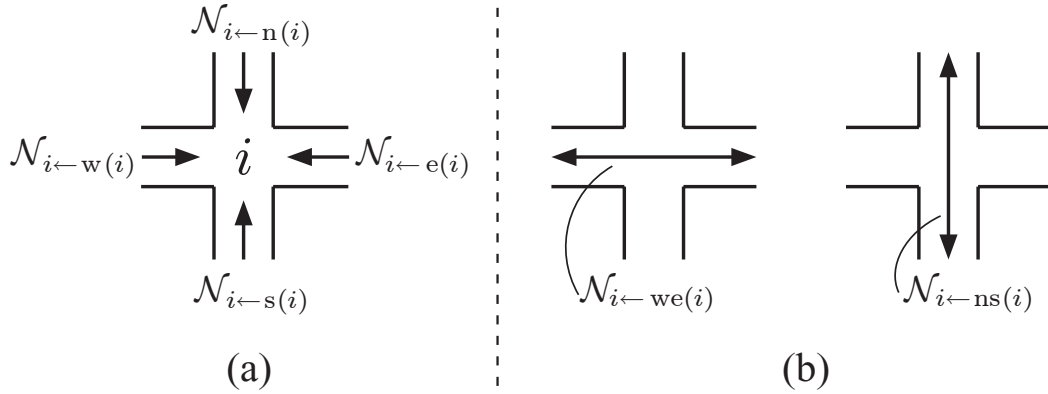


Fig. 3.4: (a) 各方向から交差点に流入する自動車の台数 . (b) 東西方向の流入台数の和と南北方向の和 .

ある信号 i において, 1 サイクルに東, 西, 北, 南の各方向から交差点に流入した自動車の台数をそれぞれ $\mathcal{N}_{i←e(i)}$, $\mathcal{N}_{i←w(i)}$, $\mathcal{N}_{i←n(i)}$, $\mathcal{N}_{i←s(i)}$ と表す . ただし $n(i)$, $s(i)$, $w(i)$, $e(i)$ はそれぞれ信号 i の北, 南, 西, 東の隣人である (Fig.3.4). このとき規格化された交通量 q ((3.1) 式) と自動車台数台数 \mathcal{N} の関係は, 限界交通量 q_{\max} (単位時間当たりの自動車通過台数の上限値) と, 現示 1 と 2 の青時間 τ_{phase1} , τ_{phase2} とを用いて

$$q_{i←w(i)} = \frac{\mathcal{N}_{i←w(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase1}}}, \quad q_{i←e(i)} = \frac{\mathcal{N}_{i←e(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase1}}} \quad (3.13)$$

$$q_{i←n(i)} = \frac{\mathcal{N}_{i←n(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase2}}}, \quad q_{i←s(i)} = \frac{\mathcal{N}_{i←s(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase2}}}$$

と表される . これを (3.10) 式のポテンシャルの極小値に代入すると, 信号 i の目標スプリット σ_i^{target} は

$$\sigma_i^{\text{target}} := \frac{q_{i←w(i)} + q_{i←e(i)}}{\sum_{j \sim i} q_{i←j}} \quad (3.14)$$

$$= \frac{\frac{\mathcal{N}_{i←we(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase1}}}}{\frac{\mathcal{N}_{i←we(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase1}}} + \frac{\mathcal{N}_{i←ns(i)}}{q_{\max} \tau_{\text{phase2}}}} = \frac{\frac{\mathcal{N}_{i←we(i)}}{\tau_{\text{phase1}}}}{\frac{\mathcal{N}_{i←we(i)}}{\tau_{\text{phase1}}} + \frac{\mathcal{N}_{i←ns(i)}}{\tau_{\text{phase2}}}} \quad (3.15)$$

となる．ただし $\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} := \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{w}(i)} + \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{e}(i)}$, $\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} := \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{n}(i)} + \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{s}(i)}$ とした (Fig.3.4) . 信号の青時間 τ とスプリットの関係は信号のサイクル長 T (定数) を用いて

$$\begin{aligned}\tau_{\text{phase1}} &= \sigma_i \cdot T \\ \tau_{\text{phase2}} &= (1 - \sigma_i) \cdot T\end{aligned}\tag{3.16}$$

であるが，これを (3.15) 式に代入すると

$$\sigma_i^{\text{target}} = \frac{\frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}}{\sigma_i}}{\frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}}{\sigma_i} + \frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}}{(1 - \sigma_i)}} = \frac{(1 - \sigma_i)\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}}{(1 - \sigma_i)\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} + \sigma_i\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}}\tag{3.17}$$

を得る．つまり目標スプリットの値は，東西・南北それぞれの方向から交差点に流入する自動車台数だけによって決まるのではなく，現在のスプリットの値にも依存する．

スプリット σ_i の目標値 σ_i^{target} は (3.17) 式で与えられ， σ_i は (3.10) 式の W_0

$$W_0 = \sum_i \alpha (\sigma_i - \sigma_i^{\text{target}})^2$$

をポテンシャルとする勾配系に従う．東西と南北それぞれの交通量 $\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}$ と $\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}$ が与えられた時のスプリット σ_i の収束値を求めよう．(3.17) 式で $\sigma_i^{\text{target}} = \sigma_i$ と置き，式を変形すると

$$(\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} - \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}) \sigma_i^2 + 2\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \sigma_i - \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} = 0\tag{3.18}$$

となる．この σ_i に関する 2 次方程式を解くと，スプリットの収束値は，東西と南北それぞれの方向から交差点に流入する自動車台数によって以下のように表される．

$$\sigma_i = \begin{cases} \frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} - \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \cdot \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}}}{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} - \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}}, & \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \neq \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} \\ \frac{1}{2}, & \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} = \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} \end{cases}\tag{3.19}$$

東西方向の流入自動車台数が南北に比べて有意に多い ($\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \gg \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}$) とき，スプリットの収束値は 1 に近い値となり，東西方向に多くの青時間が割り当てられる．逆に東西方向の自動車台数が有意に少ない ($\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \ll \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}$) 場合，収束値は 0 に近い値となり，青時間は南北方向に多く割り当てられる．東西と南北の流入台数が等しい ($\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} = \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}$) 場合，スプリットの収束値はちょうど 1/2 となり，東西と南北に平等に青時間が割り当てられる．

(3.19) 式の結果から，自動車流入台数が定常的な場合の青時間比率の収束値は

$$\begin{aligned}
& \tau_{\text{phase1}} : \tau_{\text{phase2}} \\
& = \sigma_i : (1 - \sigma_i) \\
& = \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} - \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \cdot \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} : \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \cdot \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} - \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} \\
& = \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}} \left(\sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}} - \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} \right) : \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} \left(\sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}} - \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} \right) \\
& = \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)}} : \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} \tag{3.20}
\end{aligned}$$

となることがわかる．

この青時間配分比率は流入台数の比率とは異なる．例えば，流入台数の比が $\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} : \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)} = 4 : 1$ である時，青時間配分比率は $\sqrt{4} : \sqrt{1} = 2 : 1$ となる．この時，規格化された交通量の比は青時間配分比率に一致し， $(q_{i \leftarrow \text{w}(i)} + q_{i \leftarrow \text{e}(i)}) : (q_{i \leftarrow \text{n}(i)} + q_{i \leftarrow \text{s}(i)}) = 2 : 1$ となる．従ってこの青時間配分法は，自動車流入台数の多い方により多くの青時間を割り当ててはいるものの，いくぶん控え目にも見える．

そもそも本論文の提案する手法は最適性を求めるものではない．また交通流自体が複雑な性質を持ち，例えば交差点に発生した待ち行列の長さによってもその挙動は変化する．流入台数の多い側の道路に多くの青時間を割り当てることは効率改善につながると思われるが，最大効率を挙げるための青時間配分の定量的議論にはこれ以上は立ち入らない．

3.5 オフセットの制御

ここでは以下のような方針に基づいてオフセットを制御する．

- 各信号は、自己の近傍の交通量に基づき、その信号の目標オフセットを決める．
- その目標オフセットに対応する振動子の目標位相差を決める．そしてその位相差を極小値として持つようなポテンシャル関数を作る．
- ポテンシャル関数の勾配系に従って各信号の位相を変化させる．

まずオフセット制御の要求仕様を明らかにし、次にその要求仕様を満たすポテンシャル形状を決める．

3.5.1 オフセット制御の要求仕様

本論文は自律分散的に信号網を制御したい．従って各信号は自分自身の近傍の情報だけを用いて行動決定できるようにしたい．ここでは、オフセットをどのような基準に基づいて決定すべきかを考える．

1.2.2.2 項で述べたスルーバンド最大化制御は、自動車が系統上の信号に妨げられず走り抜けることができる時間の帯をできるだけ広く取る方法である (Fig.1.4 参照)．この方法を利用すると、隣り合う2つの信号のオフセットを簡単に決めることができる．つまり2つの信号と両者の距離 $L_{(i,j)}$ 、および自動車の最大速度 v_{\max} が与えられた時、2つの信号のオフセットが自動車の旅行時間

$$\frac{L_{(i,j)}}{v_{\max}} \quad (3.21)$$

となるようにすればよい (Fig.3.5)．本論文では、このオフセットの決め方に基づいて、自律分散的にオフセットの制御を行う．

厳密に言えば、スルーバンド最大化基準は大域最適化問題であり、上述したような隣接信号だけを考える方法では最適解を求めることはできない．ただし仮にスルーバンドを最大化しても交通流の効率が最大化されとは限らない．ここで述べた方法では、簡単な計算によって、ある程度有効なオフセットパターンを分散的に求めることができる．

道路上の交通は双方向である．Fig.3.5 に示すように、順方向に適したオフセットと逆方向のそれとは互いに異符号となり、両者の要請をともに満足させることは一般には不可能である．もし2つの方向の交通量に有意の差があれば、流量の多い側の交通にとって望まし

いオフセットを与るのが妥当であろう．また流量が拮抗している場合，2つの方向の交通を差別して扱うのは適当ではないと考えられる．そこで本研究では，2つの交通方向それぞれにとって望ましいオフセットの流量重みつき内分点を取り，それを道路の目標オフセットとする．

このように，隣接信号同士が主要交通流の向きに応じてオフセットを設定することで，道路網全体として有効なオフセットパターンを形成することを目指す．

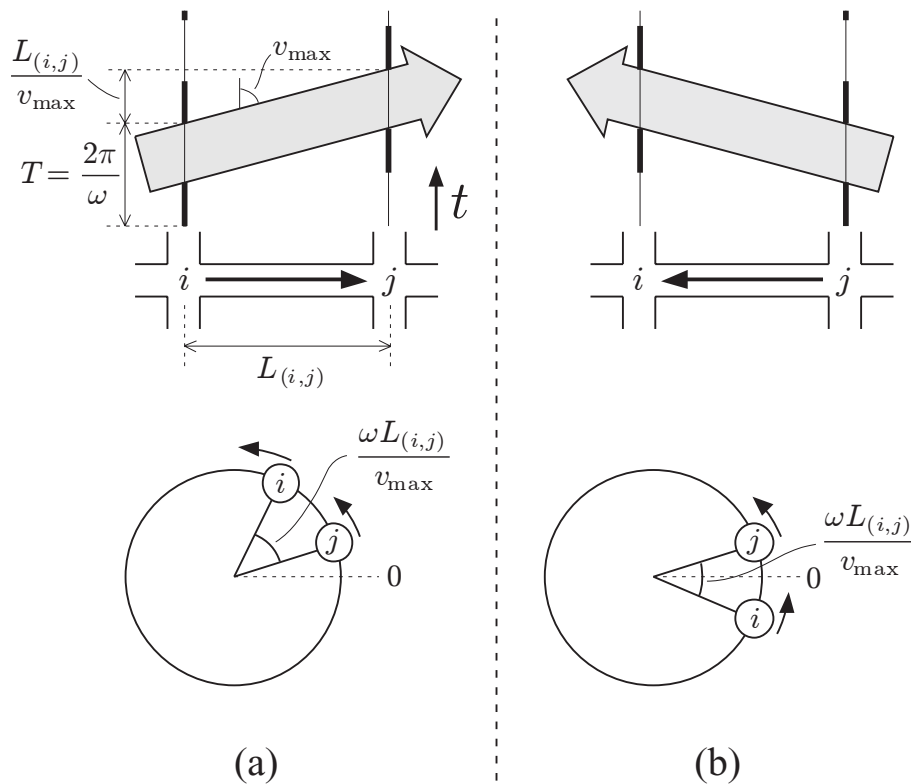


Fig. 3.5: スルーバンド基準によるオフセットと，そのオフセットに対応する振動子の位相差．(a) 交通が $i \rightarrow j$ 方向の場合．(b) 交通が $j \rightarrow i$ 方向の場合．上流に位置する信号の位相が先になるので，(a) と (b) では位相差の値が異符号となる．

3.5.2 オフセット制御のための位相ダイナミクス

2.4.2 節で述べたように，信号 i と j のオフセットを $T_{(i,j)}$ と表す^{*1}と， $T_{(i,j)}$ と位相差 $\phi_{(i,j)}$ の関係は，共通の周波数 ω を用いて

$$T_{(i,j)} = \frac{\phi_{(i,j)}}{\omega} \tag{3.22}$$

^{*1} $T_{(i,j)}$ は添え字 (i,j) を持つのでリンクに割り当てられた変数である．3.3 節参照．

と表される．本研究では，上式の $\phi_{(i,j)}$ を制御することでオフセット $T_{(i,j)}$ を変化させる．

信号 i の位相角 θ_i のダイナミクスを次式によって与える．

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega - \frac{\partial V}{\partial \theta_i} \quad (3.23)$$

$$V = \sum_i \sum_{j \sim i} \{-\gamma(q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \cos(\phi_{(i,j)} - D_{(i,j)})\}, \quad (3.24)$$

ただし γ は収束の速さを調整するパラメータ， ω はすべての信号に共通する角速度であり， $D_{(i,j)}$ は隣接する信号 i と j の目標位相差である．リンク上の順逆方向の流量の和 ($q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}$) を重みとして掛けているが，これにより信号 i に接続する複数のリンクのうち，流量の多いリンクが重視され，そのリンクに関する位相差が優先的に制御される．

(3.7) 式より $\phi_{(i,j)} = \text{sign}(i,j)(\theta_i - \theta_j)$ であるので，(3.24) 式の右辺は

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega - 2 \sum_{j \sim i} \{\gamma(q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \sin(\phi_{(i,j)} - D_{(i,j)})\} \quad (3.25)$$

となる．従って，システム内の隣接信号の位相差が任意のリンク $\forall e \in E$ に関して $\phi_e = D_e$ となる時，ポテンシャル V は最小値となり，この時システム内の任意の信号 $\forall i \in V$ に関して $\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega$ となる．

なおスプリットの制御では局所的ポテンシャルを2次関数で与えたのに対し，(3.24) 式では局所的ポテンシャルを三角関数で与えている．これは位相が $\text{mod } 2\pi$ の値を取る変数で，位相差 0 と位相差 2π は同一の状態を意味するためである．三角関数を用いているため，2次関数の場合とは異なり，目標位相差（極小値）から π ずれた点に極大値が存在する．従って，システム内の隣接信号の位相差が任意のリンク $\forall e \in E$ に関して $\phi_e = D_e + \pi$ となる点もシステムの平衡点である．ただしこの点は不安定な平衡点であり，この値にシステムが安定することは現実的にはない．

(3.24) 式のリンクの目標位相差 $D_{(i,j)}$ は以下のように与える．まず双方向の道路のうち一方の車線だけを考える．先ほど述べたように，本研究では，この場合のオフセットを(3.21)式で与える (Fig.3.5)．(3.21) 式のオフセットを実現するための振動子の目標位相差は，(3.22) 式より

$$D_{i \leftarrow j} := -\text{sign}(i,j) \frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} \quad D_{j \leftarrow i} := -\text{sign}(j,i) \frac{\omega L_{(j,i)}}{v_{\max}} \quad (3.26)$$

となる．ただし $D_{i \leftarrow j}$ は $i \leftarrow j$ 方向の交通に対する目標位相差， $D_{j \leftarrow i}$ は $j \leftarrow i$ 方向の目標位相差を表す．これら2つの方向それぞれにとって望ましい位相差の流量重み付き内分点と

してリンクのオフセット $D_{(i,j)}$ を決定する (Fig.3.6). 式で表すと以下ようになる .

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} 0 & (q_{i \leftarrow j} = q_{j \leftarrow i} = 0) \\ \frac{q_{i \leftarrow j} D_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i} D_{j \leftarrow i}}{q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}} & (|D_{i \leftarrow j} - D_{j \leftarrow i}| \leq \pi) \\ \pi + \frac{q_{i \leftarrow j} \{D_{i \leftarrow j} + \text{sign}(i, j)\pi\} + q_{j \leftarrow i} \{D_{j \leftarrow i} + \text{sign}(j, i)\pi\}}{q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}} & (|D_{i \leftarrow j} - D_{j \leftarrow i}| > \pi) \end{cases} \quad (3.27)$$

(3.27) 式には場合分けが含まれ煩雑な表現となっているが, これは位相差が $\text{mod } 2\pi$ の値であり, $D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$ の相互関係によって内分点の場所が変化するためである (Fig.3.6). また $q_{i \leftarrow j} = q_{j \leftarrow i} = 0$ の場合の目標位相差は 0 としているが, そもそもこのような場合位相差の制御は行われないので ((3.24) 式参照), 便宜上 0 としている .

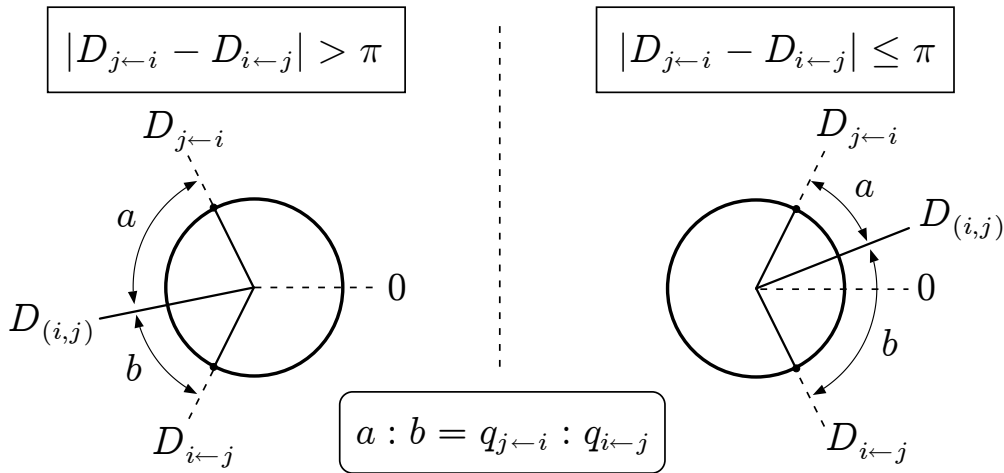


Fig. 3.6: $D_{i \leftarrow j}$ および $D_{j \leftarrow i}$ と $D_{(i,j)}$ の関係 . ただし $D_{i \leftarrow j}$ は $i \rightarrow j$ 方向の交通流にとって望ましい位相差であり, $D_{j \leftarrow i}$ は $j \rightarrow i$ 方向の望ましい位相差 . リンク全体としての望ましい位相差 $D_{(i,j)}$ は, これら各方向の位相差の流量重み付き内分点で与えられる . 内分点の位置は $D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$ のなす角によって変わる .

仮にリンク (i, j) 上の交通流が i から j への一方向にしか流れておらず, $q_{j \leftarrow i} \neq 0$ かつ $q_{i \leftarrow j} = 0$ となる場合を考える . このとき $D_{(i,j)} = D_{j \leftarrow i}$ であり, 位相差 $\phi_{(i,j)}$ は $D_{j \leftarrow i}$ へと収束してゆく . また仮に順逆双方向の交通流が等しく, $q_{i \leftarrow j} = q_{j \leftarrow i}$ となる場合, 位相差 $\phi_{(i,j)}$ は 0 または π へと収束する . いずれに収束するのかは自動車の最高速 v_{\max} と信号間距離 L_{ij} の比によって決まる . これは従来の交通工学で, それぞれ同時オフセットと交互オフセットと呼ばれるオフセットの与え方 [河上 1987] に相当する .

(3.2) 式, (3.7) 式, および (3.8) 式から $\phi_{(i,j)}$ は $\theta_i, \theta_j, \sigma_i, \sigma_j$ の関数であることがわか

る． σ_i も時間とともに変化するため，(3.23) 式は厳密には θ_i に関する勾配系にはならない．しかし $\frac{d\Theta_{i1}}{dt} (= -\pi \frac{d\sigma_i}{dt}) \ll \frac{d\theta_i}{dt}$ が成り立つならば，近似的に σ_i, σ_j を定数と見なすことができ，(3.23) 式は θ_i に関する勾配系と見なしてよい．従ってスプリットの場合と同様，交通量が定常的であれば，各信号の信号間位相差は勾配系に従い，ポテンシャル V を極小にする点へと収束してゆく．

3.6 シミュレーション

3.6.1 交通流モデル

交通流モデル、つまり自動車の挙動のモデルは、シミュレーションを行う上で不可欠である。交通流モデルには大きく分けて流体モデルと追従モデルがある [湯川 1995, 西成 2002]。前者は巨視的なモデルであり、交通流を圧縮性流体とみなし、個々の自動車ではなく車群の動きを扱う。これに対して後者の追従モデルは各車を個別に扱う微視的なモデルであり、1車線上を1列に走行している車群を想定する。これらは大まかな分類に過ぎず、流体モデル、追従モデルのどちらにおいても様々なモデル式が存在する。また両者の中間的なモデル [桑原 1997] も存在する。

本研究では、[関山 2001] の交通流モデルを用いる。これは追従モデルの一種であり、各車は自己の速度 v_i が適切な速度 \tilde{v}_i となるよう、以下のように調整する (Fig.3.7)。

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} a^+ & (v_i < \tilde{v}_i) \\ 0 & (v_i = \tilde{v}_i) \\ -a^- & (v_i > \tilde{v}_i) \end{cases} \quad (3.28)$$

ただし a^+ , a^- はそれぞれ車の加速度と減速度をあらわす定数である。

上式の目標速度 \tilde{v}_i は、前の車との車間距離 $d_i = x_{i-1} - x_i - l_{\text{car}}$ に依存する。ただし l_{car} は自動車の長さ (共通の定数) である、車間距離 d_i と目標速度 \tilde{v}_i の関係は次式で与える。

$$\tilde{v}_i = \tilde{v}(d_i) = \begin{cases} v_{\text{max}} & (d_i > \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \\ \sqrt{2d_i a^-} & (d_i \leq \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \end{cases} \quad (3.29)$$

(3.29) 式は、前の車との距離 d_i が詰まると、各車が目標速度 \tilde{v}_i を落とすことを意味している。道路が混雑するにつれて自動車の目標速度は低下し、特に車間距離が $d_i = 0$ の時 (車両密度が $1/l_{\text{car}}$ となる時)、目標速度は0となる (なお一般の追従モデルではしばしば自動車の追突が起こる問題が知られている [湯川 1995] が、[関山 2001] のモデルにおいては、車間距離が与えられた時、 a^- で減速すればちょうどその距離で停止できるよう目標速度を与えており、追突の問題は起こらない)。逆に車間距離 d_i が十分に大きい場合、目標速度は最高速度 v_{max} となる。各車の車間距離が $d_i = l_{\text{car}}$ となる時、交通量は最大となる (詳細は付録 C を参照のこと)。

なお本論文では、交通流モデルとして上記のモデルを一貫して用いる。

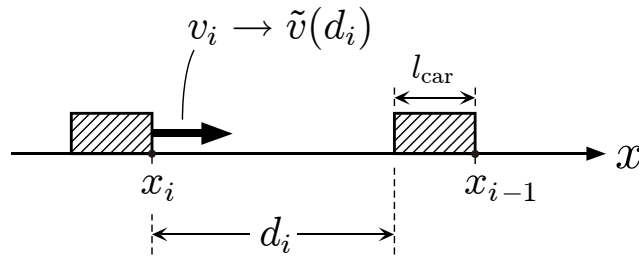


Fig. 3.7: 交通流モデル．各車は車間距離 d_i に応じて自己の速度 v_i の目標値 \tilde{v} を設定する．

3.6.2 シミュレーション環境

シミュレーション環境を Fig.3.8 に示す．想定するのは 5×5 の格子状の交通網である．いま東西南北の各方角内では流入量は一様である（例えば，西からの流入量は5本の道路ですべて同じ値）とした．シミュレーションに際し用いた各パラメータの値を Table 3.1 に示す．なお信号間距離 $L_{(i,j)}$ はリンク毎に設定することが可能であるが，簡単のためすべて同じ値とした．なお今後の説明の便宜上，Fig.3.8 に示すように，信号には no.1–25 と番号を振り，また東西方向の道路は Street 1–5，南北方向の道路は Avenue 1–5 と名づけた．

Table 3.1: シミュレーションに用いたパラメータ．

Signal		Road and car	
ω	$\pi/60$ (rad/s)	$L_{(i,j)}$	200 (m)
α	0.002	v_{\max}	14 (m/s)
β	0.002	a^+	1.5 (m/s ²)
γ	$\omega/8.0$	a^-	5.0 (m/s ²)
		l_{car}	4.0 (m)

3.6.3 シミュレータ

作成したシミュレータを Fig.3.9 に示す．道路は2本の白い線で表し，1本の線が1車線に対応している．自動車は赤または白の長方形で表す（車の色を2種類用意したのは見やすくするためであり，色によって扱いを変えているわけではない）．

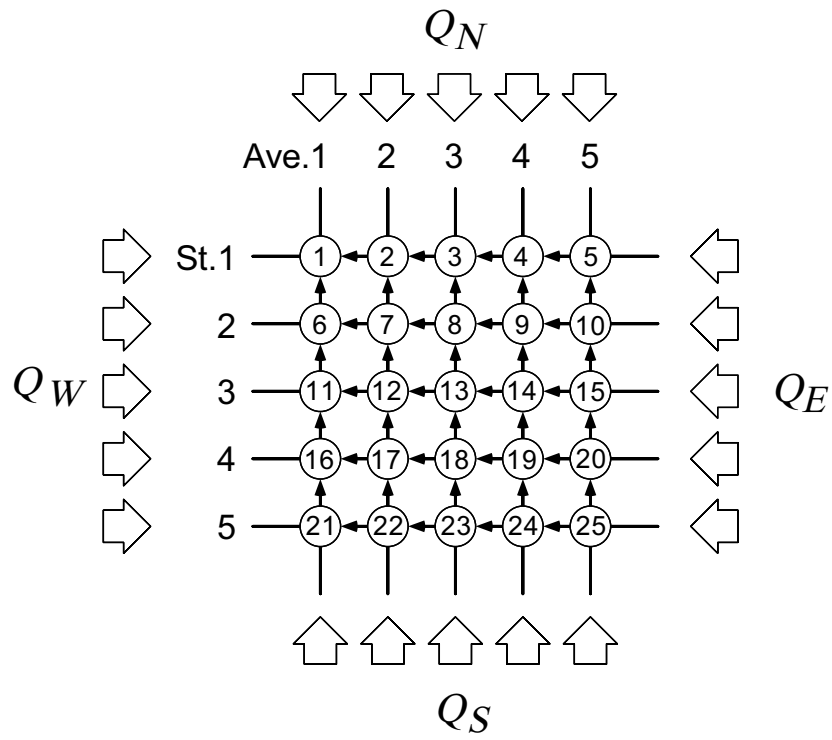


Fig. 3.8: シミュレーション環境 .



Fig. 3.9: シミュレータ画面 (全体).

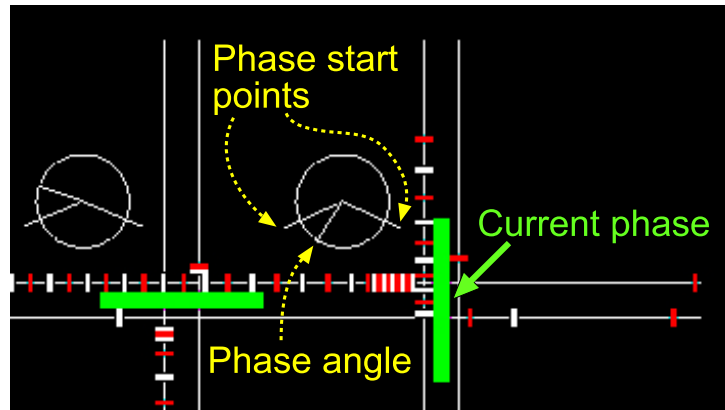


Fig. 3.10: シミュレータ画面（部分）. 交差点の左上に信号の内部状態（Fig.3.9）を示す．交差点の緑色の線は，現在信号が東西・南北のいずれの方向に青現示を与えているかを示す．

Fig.3.9 の拡大図を Fig.3.10 に示す．交差点の左上の円は，Fig.3.9 と同じように振動子の内部状態（位相とスプリット）を表している．交差点上の緑色の線は信号の現在の現示を表す．

3.6.4 シミュレーション 1: 静的交通状況

ここでは各方向から流入する交通量は一定であるとしてシミュレーションを行った．各方向からの流入量（単位時間当たりの自動車の到着頻度）は $Q_N=0.029$ (1/s), $Q_S=0.074$ (1/s), $Q_W = 0.294$ (1/s), および $Q_E = 0.098$ (1/s) とし，また流入時の自動車の初速は，方角に関わらず全て最高速度 v_{\max} とした． θ_i の初期値は乱数で与え，スプリット比の初期値は $\sigma_i = 0.5$ とする．シミュレーション時間は 4200 (s) とした．なお各信号・各車両の挙動計算には 4 次の Runge-Kutta 法 [Press 1988] を用いた．

25 個の信号のうち，信号 no.1–no.5（Fig.3.8 の “Street 1” 上の信号）に注目し，それらのスプリットおよび位相差が時間発展する様子を Fig.3.11 に示す．スプリット・位相差の両者は，おおよそ $t > 1200$ (s) で均一に近い値 ($\sigma \simeq 0.66$, $\phi \simeq 0.37$) に落ち着いている．また信号 no.1–no.21（Fig.3.8 の “Avenue 1” 上の信号）の位相差の時間発展を Fig.3.12 に示す．Fig.3.12 では，位相差は $t = 1200$ (s) でほぼ均一 $\phi \simeq 0.17$ となり，そこから全体的に値が少しずつ増加し， $t > 2000$ (s) では $\phi \simeq 0.32$ に収束している．この収束値は先ほどの信号 no.1–no.5 の場合と異なるが，これは信号 no.1–no.5 が東西方向の道路上に並んでいたのに対し，no.1–no.21 は南北方向の道路上に並んでいるためである．目標位相差は南北方向と東

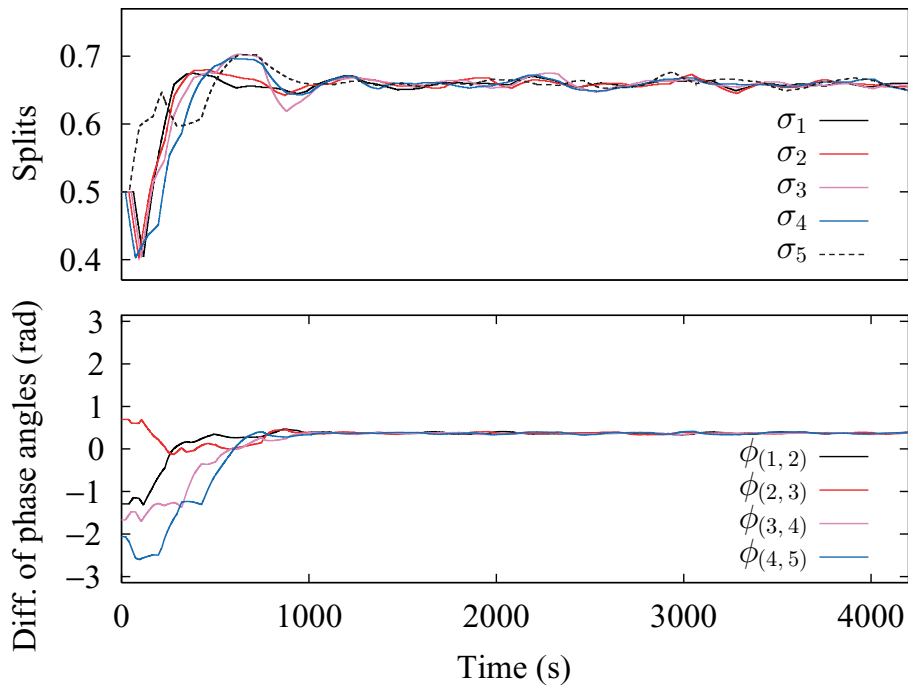


Fig. 3.11: 信号 no.1 ~ no.5 (Fig.3.8 参照) のスプリットと位相角の時間発展 (シミュレーション 1). $t > 1200(\text{s})$ ではスプリットは $\sigma \simeq 0.66$, 位相差は $\phi \simeq 0.37$ にそれぞれ収束している .

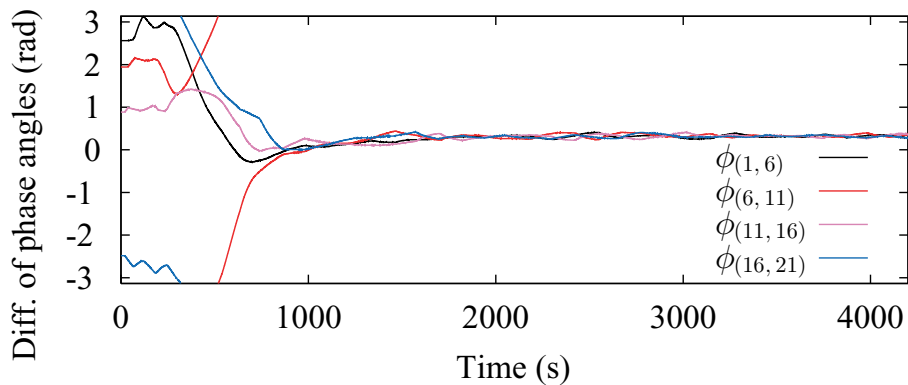


Fig. 3.12: 信号 no.1 ~ no.21 (Fig.3.8 参照) の位相角の時間発展 (シミュレーション 1). $t = 1200(\text{s})$ で位相差はほぼ均一な値 $\phi \simeq 0.17$ となり , $t > 2000(\text{s})$ では $\phi \simeq 0.32$ に収束している .

西方向で異なるため , 位相差の収束値も東西と南北で異なる値となる . Fig.3.12 と Fig.3.11 を見比べると , 南北方向の位相差の収束は東西方向の位相差に比べて遅い . これは (3.24) 式においてリンク上の流量を重みとして用いているため , 流量の少ない南北方向よりも東西方向の位相差の制御を優先するからである .

25 個の信号の位相 (Fig.3.8 の信号 5 を基準とする) の時間発展を Fig.3.13 に示す . $t = 0$

での位相の初期値は乱数であり，位相差も乱数となるが，時間が経つに従って大域的な秩序が形成され，最終的に均一な位相差が形成されていることがわかる．Fig.3.13 を見ると， $t = 1200$ (s) では信号 no.5 が最も遅れ，信号 no.21 が最も進んだ値となるような位相差のパターンが形成されている．これは主要交通流の方向が東西の道路では西 東方向，南北の道路では南 北方向であることを反映しており，主要交通流の向きに合わせて次々と信号が切り替わるようにオフセットが形成されたことを意味している．

この方法では収束までに要する時間は初期値に依存する．例えば Fig.3.13 では， $t = 0$ から $t = 300$ (s) くらいまで信号 21 ~ 25 の列の位相が遅れ，なかなか収束していないことがわかるが，これは隣の列（信号 16 ~ 20 の列）との位相差の初期値がたまたま（目標位相差 $+\pi$ ）の不安定平衡点に近かったためである．既に述べたように不安定平衡点にシステムが安定することは現実的にありえないが，不安定平衡点付近では三角関数形のポテンシャルの勾配がゆるくなるため，位相差の変化速度が遅くなり，収束に時間を要する．

Fig.3.13 で $t = 200$ と $t = 300$ のグラフを見比べると，両者の間で位相差が不連続に変化しているように見える．これは本来 $\text{mod } 2\pi$ の値を取る位相差を $\pm\pi$ で切断することで z 軸上に表したためであり，実際には不連続な変化が起きているわけではない． $t = 400$ と $t = 500$ のグラフの間でも不連続に変化しているように見えるが，これも同じ理由による．

スプリット σ の収束値を検討する．いま信号 1 サイクルの間に各方角から交差点へと流入した自動車台数が，環境に与えた自動車の到着頻度（ $Q_N=0.029$ (1/s)， $Q_S=0.074$ (1/s)， $Q_W = 0.294$ (1/s)，および $Q_E = 0.098$ (1/s)）とほぼ等しいと仮定する．すると 3.4.3 節 (3.19) 式から，

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} - \sqrt{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} \cdot \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}}}{\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{we}(i)} - \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{ns}(i)}} \\ &\simeq \frac{(Q_W + Q_E) - \sqrt{(Q_W + Q_E) \cdot (Q_N + Q_S)}}{(Q_W + Q_E) - (Q_N + Q_S)} \\ &= \frac{0.392 - \sqrt{0.392 \times 0.103}}{0.392 - 0.103} = \frac{0.392 - \sqrt{0.0404}}{0.289} = \frac{0.191}{0.289} \simeq 0.661\end{aligned}$$

となる．これは実験結果のスプリット収束値 $\sigma \simeq 0.66$ とほぼ一致している．

同様に位相差 ϕ の収束値について考える．(3.13) 式から

$$\begin{aligned}q_{i \leftarrow \text{w}(i)} : q_{i \leftarrow \text{e}(i)} &= \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{w}(i)} : \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{e}(i)} \\ q_{i \leftarrow \text{n}(i)} : q_{i \leftarrow \text{s}(i)} &= \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{n}(i)} : \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{s}(i)}\end{aligned}\tag{3.30}$$

である．ここで交通状況が定常的であることから

$$\begin{aligned}\mathcal{N}_{i \leftarrow \text{w}(i)} &= \mathcal{N}_{\text{e}(i) \leftarrow i}, & \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{e}(i)} &= \mathcal{N}_{\text{w}(i) \leftarrow i}, \\ \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{n}(i)} &= \mathcal{N}_{\text{s}(i) \leftarrow i}, & \mathcal{N}_{i \leftarrow \text{s}(i)} &= \mathcal{N}_{\text{n}(i) \leftarrow i}\end{aligned}\tag{3.31}$$

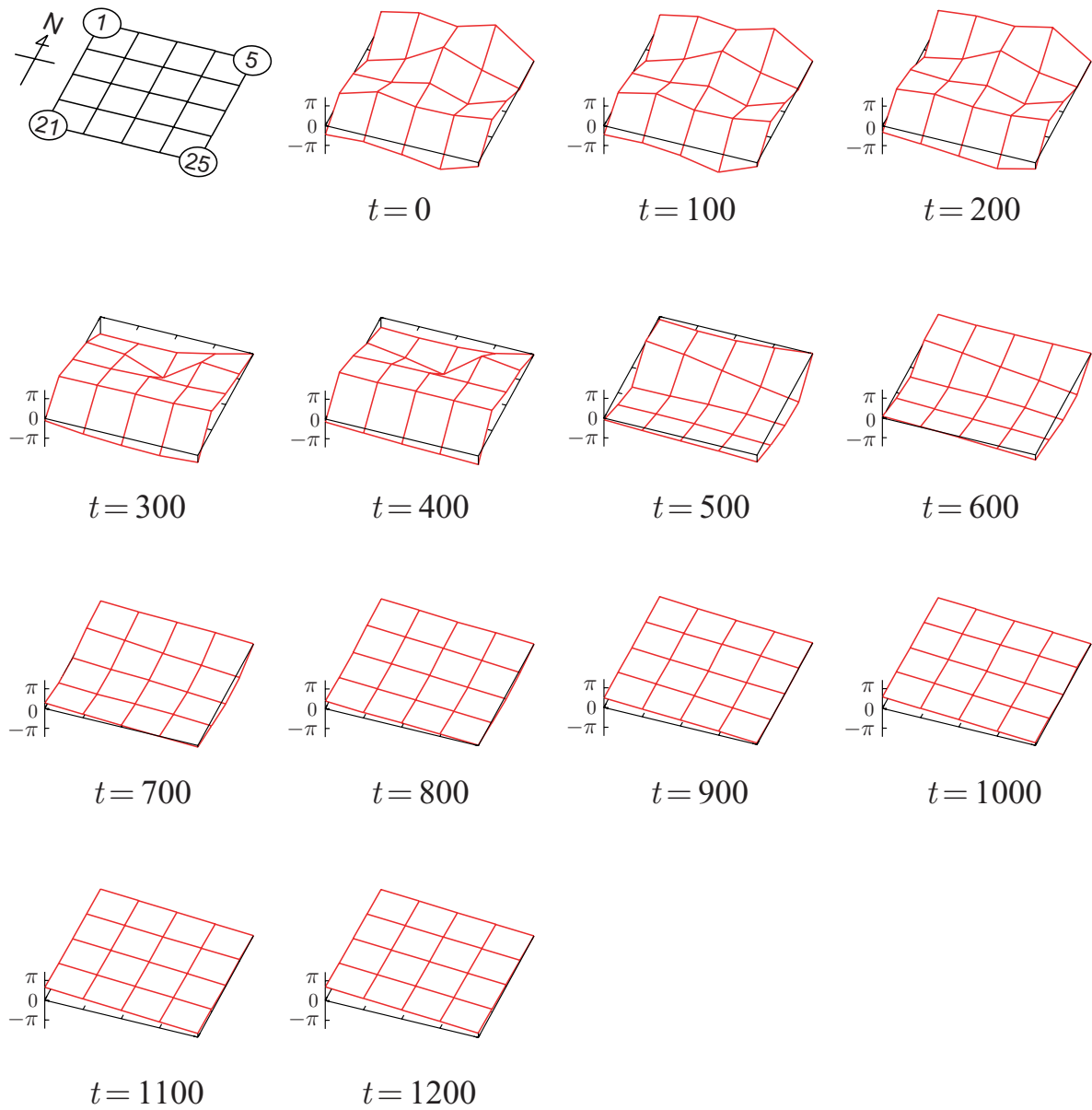


Fig. 3.13: 位相差の時間発展 (シミュレーション 1, $t = 0 \sim 600(s)$). xy 座標は信号の位置を表す (本図左上を参照のこと. 左奥の信号が Fig.3.8 の信号 no.1, 左手前が信号 no.21, 右奥が信号 no.5, 右手前が信号 no.25 となる). z 軸方向は各信号の位相 (信号 no.5 の位相を基準とした相対値) を表す.

とすると,

$$q_{i \leftarrow j} : q_{j \leftarrow i} = \mathcal{N}_{i \leftarrow j} : \mathcal{N}_{j \leftarrow i} \quad (3.32)$$

となり, (3.27) 式中の流量 q はすべて流入車両台数 \mathcal{N} に置き換えられる. (3.26) を代入して整理すると

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} 0 & (\mathcal{N}_{i \leftarrow j} = \mathcal{N}_{j \leftarrow i} = 0) \\ -\text{sign}(i,j) \frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow j} - \mathcal{N}_{j \leftarrow i}}{\mathcal{N}_{i \leftarrow j} + \mathcal{N}_{j \leftarrow i}} \cdot \frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} & \left(\frac{2\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} \leq \pi \right) \\ \pi - \text{sign}(i,j) \frac{\mathcal{N}_{i \leftarrow j} - \mathcal{N}_{j \leftarrow i}}{\mathcal{N}_{i \leftarrow j} + \mathcal{N}_{j \leftarrow i}} \cdot \left[\frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} - \pi \right] & \left(\frac{2\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} > \pi \right) \end{cases} \quad (3.33)$$

となる. ここで先ほどと同様, 信号 1 サイクルの間に各方角から交差点へと流入した自動車台数 \mathcal{N} が, 環境に与えた自動車の到着頻度 ($Q_N=0.029$ (1/s), $Q_S=0.074$ (1/s), $Q_W = 0.294$ (1/s), および $Q_E = 0.098$ (1/s)) とほぼ等しいと仮定すると, 位相差の収束値は

$$\text{東西方向: } D_{(i,j)} = \frac{Q_W - Q_E}{Q_W + Q_E} \cdot \frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} = \frac{0.196}{0.392} \cdot \frac{(\pi/60) \cdot 200}{14} \simeq 0.374 \quad (3.34)$$

$$\text{南北方向: } D_{(i,j)} = \frac{Q_S - Q_N}{Q_S + Q_N} \cdot \frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} = \frac{0.045}{0.103} \cdot \frac{(\pi/60) \cdot 200}{14} \simeq 0.327 \quad (3.35)$$

となる. これらの値は, シミュレーション結果 (東西方向の位相差収束値が $\phi \simeq 0.37$, 南北方向の収束値が $\phi \simeq 0.32$) とほぼ一致している.

各方向から流入してきた自動車が道路を反対側まで走り抜けるのに要した時間を Table 3.2 に示す. 比較対象として, 制御を行わない固定パラメータ式 (スプリット比は $\sigma = 0.5$, オフセットは同時式, すなわち $\phi = 0$ に固定) の場合の結果も併記した. 提案手法は交通量の多い方向を重視し, その方向が流れやすくなるように信号を制御している. 流量の少ない方向は逆に所要時間が長くなっているが, 4 つの方向を足し合わせて所要時間の平均を取った場合, 提案手法の方が約 21% 短縮されていることがわかる.

Fig.3.14 は, 各時刻においてシミュレーション環境上に存在する自動車の総数を提案手法と固定パラメータ式とで比較したものである. この自動車存在台数が少ないほど交通が効率良く流れていることを示す. 固定パラメータ式に比べて提案手法の方が効率よく自動車が流れていることが確認できる. 自動車存在台数の時間平均は, 提案手法で 339 台, 固定パラメータ方式で 433 台であり, 提案手法は固定パラメータ式に比べ約 22% の効率改善が見られた.

Fig.3.14 は鋸状の波形を描くが, これは各車線の最も下流に位置する信号の現示が自動車台数に大きく影響するためである. このシミュレーションの場合, 西側から多数の自動車が

Table 3.2: シミュレーション結果(シミュレーション1): 自動車走り抜けに要する時間 .

Traffic flow	Present method (s)	Non-control (s)
From north to south	263.3	164.8
From south to north	187.8	166.3
From west to east	124.2	189.4
From east to west	131.6	166.7
total	142.6	179.6

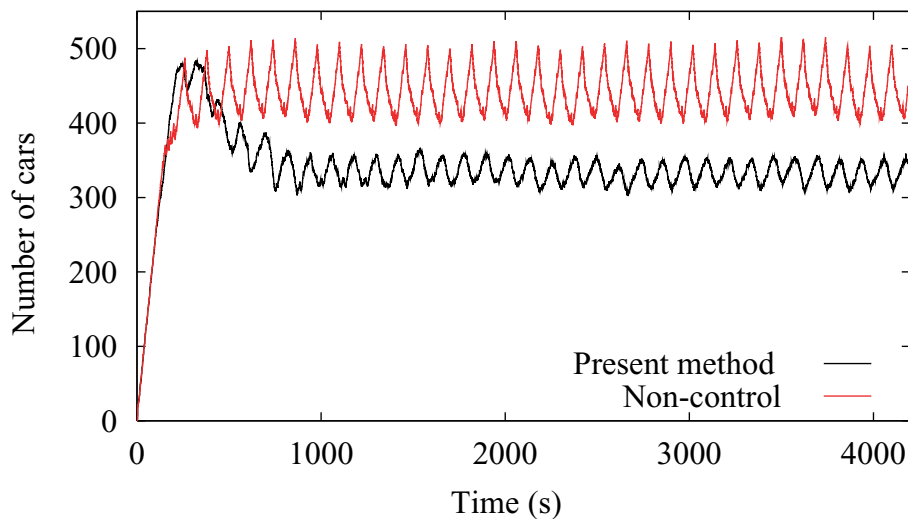


Fig. 3.14: シミュレーション環境上に存在する自動車台数の総数の時間変化(シミュレーション1).

流入する．このため東西方向の各道路上の信号のうち，最も東の信号(つまり Fig.3.8 の信号 no.5 , no.10 , no.15 , no.20 , および no.25) の現示によって環境上の自動車の台数が増減する．これらの信号が現示 1 の時，西から入ってきた交通流が東へ抜けることができ，自動車台数は減少する．現示 2 の時は交通流が東へ抜けることができず，自動車台数は増加する．

シミュレーション環境上に存在する自動車台数の下限値を考える．Fig.3.13 の環境では，東西・南北の道路の長さはいずれも 1200(m) である．この道路を自動車が停止せずに最高速度で走り抜けるのに要する時間は

$$1200(\text{m}) \div v_{\max}(\text{m/s}) = \frac{1200}{14} = 85.7(\text{s}) \quad (3.36)$$

である．これに車両到着頻度(単位:(1/s))を乗じたものが，その道路の自動車台数の下限

値となる．これらを各道路について計算して和を取ると，シミュレーション環境上に存在する自動車台数の下限値が

$$\begin{aligned} & (Q_N \times 85.7) \times 5 + (Q_S \times 85.7) \times 5 + (Q_W \times 85.7) \times 5 + (Q_E \times 85.7) \times 5 \\ & = (Q_N + Q_S + Q_W + Q_E) \times 5 \times 85.7 \\ & = (0.029 + 0.074 + 0.294 + 0.098) \times 5 \times 85.7 = 0.495 \times 5 \times 85.7 \simeq 212 \quad (3.37) \end{aligned}$$

と求まる．この下限値 212 台を必要コストと考え，シミュレーション環境上に“余分に滞在している”自動車の数を比較すると，提案手法では $339 - 212 = 127$ 台，固定パラメータ方式では $433 - 212 = 221$ 台となる．提案手法は固定パラメータ方式に比べ，約 43%の改善が見られた．

3.6.5 シミュレーション 2: 交通状況の変化

ここでは，入ってくる車の到着頻度が変わる場合のシミュレーションを行った． $0 < t \leq 3000$ (s) での到着頻度は $Q_N=0.029$ (1/s)， $Q_S=0.074$ (1/s)， $Q_W = 0.294$ (1/s)，および $Q_E = 0.098$ (1/s) であるとし， $3000 < t \leq 6000$ (s) においては $Q_N = 0.294$ (1/s)， $Q_S = 0.098$ (1/s)， $Q_W = 0.029$ (1/s)，および $Q_E = 0.074$ (1/s) とした．変化後の Q_N ， Q_S ， Q_W ， Q_E は変化前の Q_W ， Q_E ， Q_N ， Q_S とそれぞれ等しく，また $t = 3000$ (s) 前後の交通状況は，Fig.3.8 のシミュレーション環境を 90° 回転させて鏡像反転を取れば互いに一致する．従って道路網へ流入する自動車の総台数は変化しないが，東西，南北のいずれの道路においても道路上の主要交通流の方向が反転する．その他のパラメータは前節と同様，Table 3.1 に示す値を用いた．

信号 no.1 ~ no.5 (Fig.3.8 参照) のスプリットと位相差の挙動を Fig.3.15 に示す．スプリットは $t < 3000$ (s) では $\sigma \simeq 0.66$ であるが，交通状況の変化を受けて値が変わり，およそ $t = 4200$ (s) で $\sigma \simeq 0.34$ に収束している．位相差は $t < 3000$ (s) では $\phi \simeq 0.37$ であるが， $t < 3000$ (s) の交通状況では，およそ時刻 $t = 4500$ (s) で $\sigma \simeq -0.32$ に収束している．

$t = 3000$ (s) 以後の 25 個の信号のスプリットの変化を Fig.3.16 に示す．はじめスプリットの値が $\phi \simeq 0.66$ から $\phi \simeq 0.34$ へと変化していく様子が見られる．過渡状態においてはスプリットの値は均一とはならないが， $t = 4100$ (s) ではほぼ均一に $\sigma \simeq 0.34$ となっていることがわかる．同様に 25 個の信号の位相差の変化を Fig.3.17 に示す． $t = 3000$ (s) の交通状況変化によって東西方向・南北方向いずれの道路でも道路上の主要交通流方向が反転する．これに伴い， $t < 3000$ (s) の交通状況では最も位相が遅れていた信号 no.5 (Fig.3.8 参照) が， $t > 3000$ (s) の状況では最も位相の進んだ信号となる．

自動車の走り抜け所要時間を Table 3.3 に示す．ここでも比較のため，スプリットと位相

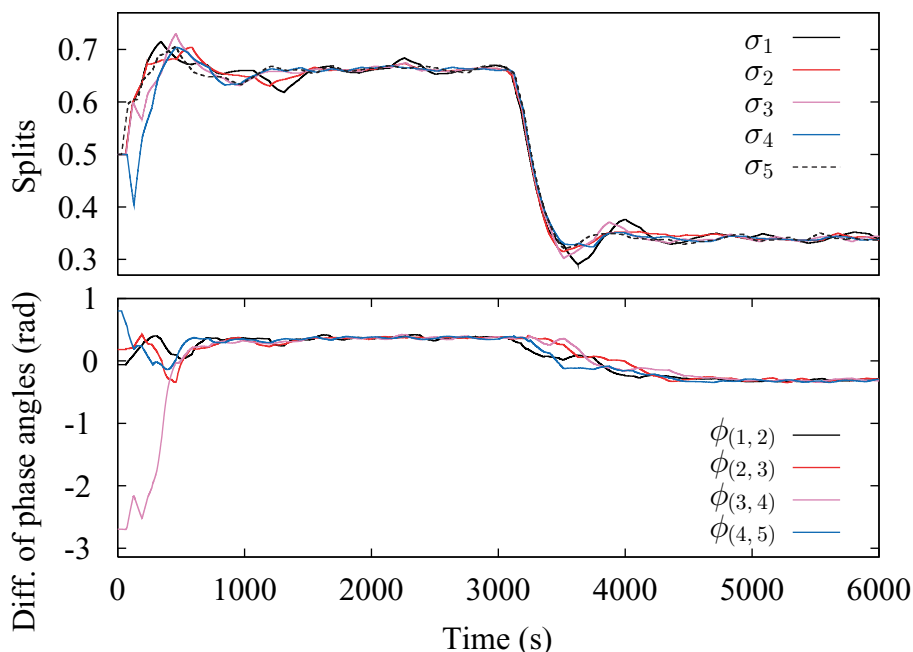


Fig. 3.15: 信号 no.1 ~ no.5 (Fig.3.8 参照) のスプリットと位相角の時間発展 (シミュレーション 2). 時刻 $t = 3000$ (s) で交通状況が変化する. $t = 3000$ (s) 以前の交通状況では, スプリットは $\sigma \simeq 0.66$, 位相差は $\phi \simeq 0.37$ にそれぞれ収束し, $t = 3000$ (s) 以後の交通状況では, それぞれ $\sigma \simeq 0.34$, 位相差は $\phi \simeq 0.32$ に収束する.

差を固定 ($\sigma = 0.5$, $\phi = 0$) した場合のデータも示す.

Fig.3.18 は, 各時刻においてシミュレーション環境上に存在する自動車の総台数を示したものである. $t = 3000$ (s) の時に各方向からの流量が変化するが, 提案手法により信号制御を行った場合, この変化に伴い自動車存在台数が一時的に増加している. これは位相差やスプリットが変化前の流量に適した値となっているためである. しかし位相差やスプリットが流量変化に対応して変化し, 新しい交通量に適した値へと収束していくので, およそ $t = 3700$ (s) の時点では自動車存在台数は安定し, 300–350 程度の値に落ち着いている. 一方, 固定パラメータ方式では, $t = 3000$ (s) 前後で自動車存在台数が変化しない. これは位相差が常に 0 であるためで, この場合, 前述のような回転・反転操作による交通状況の変化に対して交通効率は影響を受けない. 固定パラメータ方式での自動車存在台数は 400–500 台程度であった. なお全時間を通しての自動車存在台数の平均値は, 提案手法では 344 台, 固定パラメータ式では 434 台であった.

以上により, 提案手法がオフセットおよびスプリットを調節して交通量の変化に対応できることが示された.

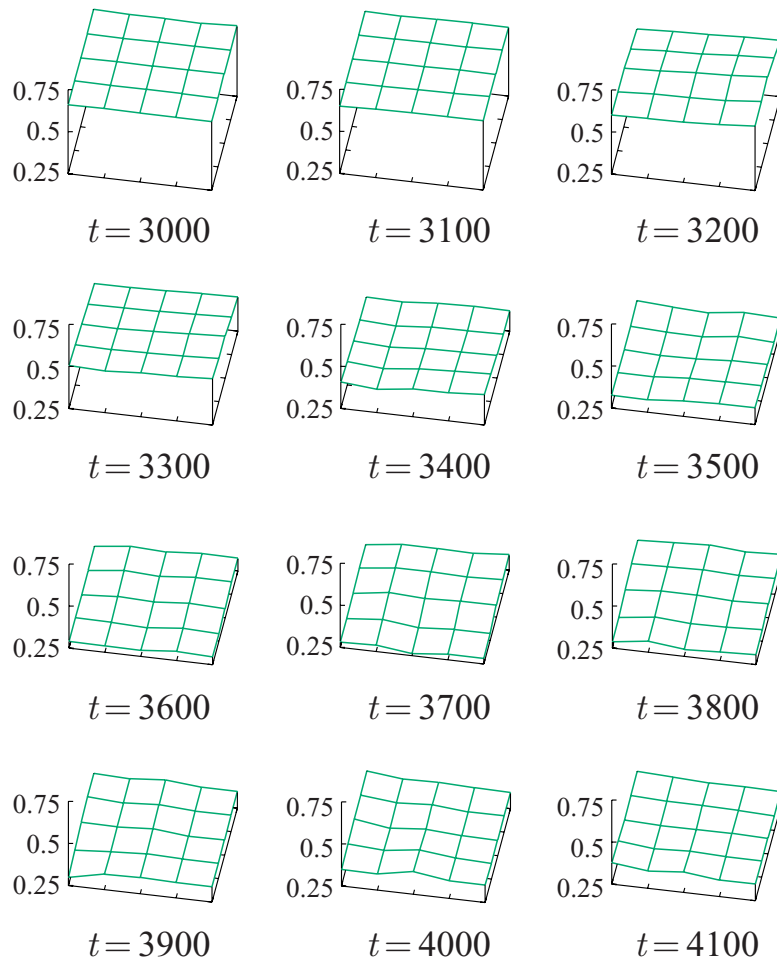


Fig. 3.16: 各信号のスプリットの時間発展 (シミュレーション 2, $t = 3000 \sim 4100$ (s)). x - y 平面は各信号の座標, z 軸はスプリットを表す. $t = 3000$ (s) での交通状況の変化を受けて, スプリットの値が $\sigma \simeq 0.66$ から $\sigma \simeq 0.34$ へと変化する.

3.6.6 シミュレーション 3: 動的交通状況

ここでは非定常な交通流を仮定したシミュレーションを行なった. 自動車到着頻度の時間変化を Fig.3.19 の上の図に示す. $0 < t \leq 2000$ (s) において自動車の到着頻度は定常的であり, $2000 < t \leq 10000$ (s) では, 到着頻度が $0.035 \sim 0.345$ (1/s) の範囲で周期 7200 (s) の正弦波に従って変化する. 正弦波は $Q_N \rightarrow Q_E \rightarrow Q_S \rightarrow Q_W$ の順に位相が $\pi/2$ ずつ遅れているものとした. このため東と西, 南と北それぞれの関係は逆位相となり, 全ての道路上で主要フロー方向の反転が起こる.

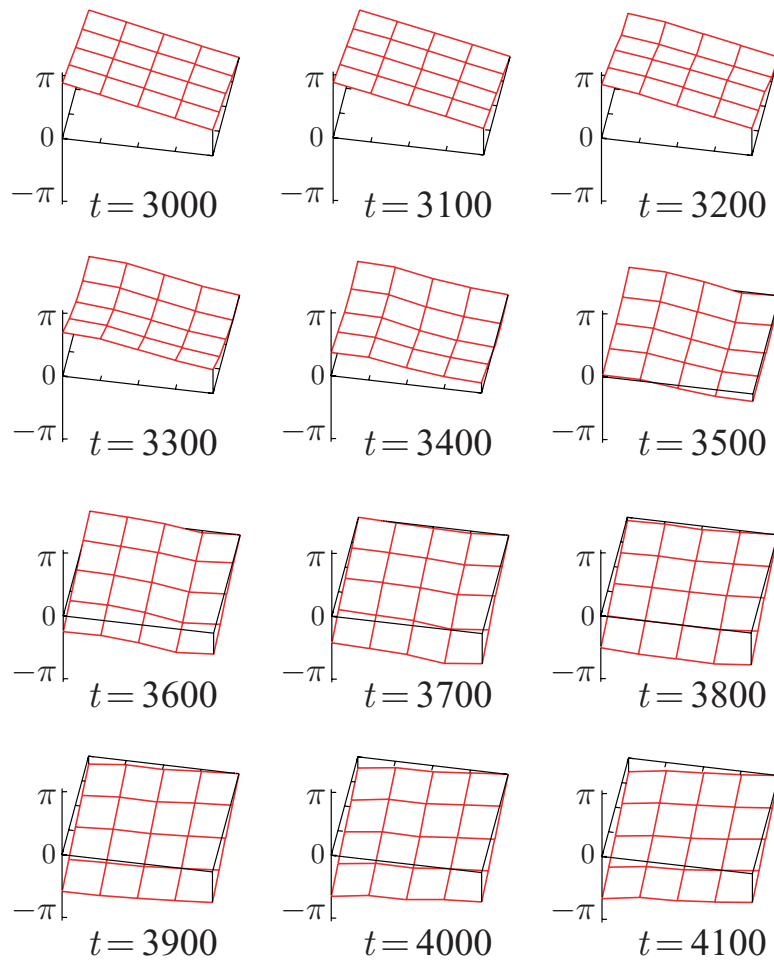


Fig. 3.17: 各信号の位相の時間発展 (シミュレーション 2, $t = 3000 \sim 4100$ (s)). x - y 平面は各信号の座標, z 軸は信号の位相を表す. ただし位相は信号 no.5 (Fig.3.8 参照) を基準とした相対値で表す. $t = 3000$ (s) 以前の交通状況では最も位相が遅れていた信号 no.5 が, $t = 3000$ (s) 以後の交通状況では最も位相の進んだ信号となる.

各時刻においてシミュレーション環境上に存在する車の総台数を Fig.3.19 の下の図に示す. 比較のため, 制御を行わない固定パラメータ式 ($\sigma = 0.5$, $\phi = 0$ に固定) についても同一の交通状況でシミュレーションを行なった. 提案手法では各信号の位相の初期値を乱数で与えているため, $t < 1000$ (s) では提案手法の自動車存在台数の方が固定方式より多くなるが, やがてオフセットが適切な値へ収束し, より高い交通効率を実現できている. 流入交通量が変化する $2000 < t \leq 10000$ (s) においても提案手法の方が高い効率を示している. なお自動車存在台数の総時間平均は固定方式では 706 台, 提案手法では 626 台であり, 効率が約 11%改善されている. また各方向から流入した自動車道路を反対側まで走り抜けるの

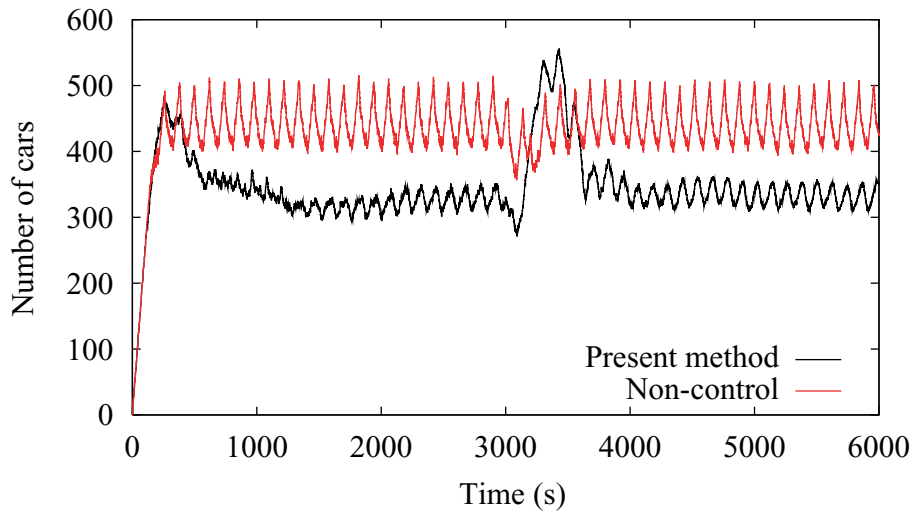


Fig. 3.18: 時刻 t にシミュレーション環境に存在する自動車の総数 (シミュレーション 2).

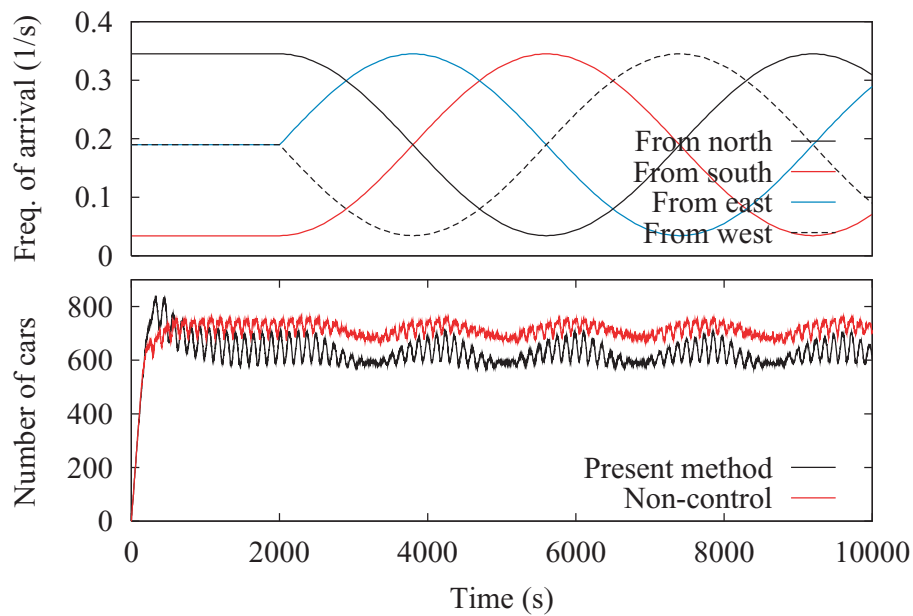


Fig. 3.19: シミュレーション結果 (シミュレーション 3). 上: 四方から流入する自動車の到着頻度の時間変化. 下: 時刻 t にシミュレーション環境上に存在する自動車の総数.

Table 3.3: シミュレーション結果(シミュレーション2): 自動車走り抜けに要する時間 .

	Present method (s)	Non-control (s)
From north to south	139.0	186.0
From south to north	147.8	166.6
From west to east	131.8	187.0
From east to west	158.8	166.3
total	141.7	179.5

に要した時間を Table 3.6.6 に示す . 提案手法では平均所要時間が各方向において短縮されているが , 特に積算流量の最も多い北からの交通流の所要時間が大幅に短縮されている . このことからオフセット制御が有効に働いていることがわかる . なお , 所要時間の総平均は約 11% 低減された .

上記シミュレーションにおける信号 no.1–no.5 (Fig.3.8 参照) の位相差の時間発展を Fig.3.20 に示す . 信号 no.1–no.5 は東西方向の道路上に並んでいるため , これら信号の位相差は東西方向の交通量に依存する . ここで Fig.3.19 を見ると , $t \leq 2000$ (s) では東西の交通量は等しく , $2000 < t \leq 5600$ (s) では東の方が交通量が多く , そして $5600 < t \leq 9200$ (s) では西の方が多いことがわかる . Fig.3.20 を見ると , $t \leq 2400$ (s) では位相差はほぼ 0 であり , $2400 < t \leq 6000$ (s) では負の値 , そして $6000 < t \leq 9600$ (s) では正の値となっており , 位相差が流量の変化に約 400 (s) の遅れを伴って追従していることがわかる . なお流量に最も大きな差が出るのは $t = 3800$ (s) および $t = 7400$ (s) の時であるが , 位相差はおよそ $t = 4200$ (s) および $t = 7800$ (s) で極大 / 極小値を取っている . このことも時間遅れが 400 (s) 程度であることを裏付けている .

Table 3.4: シミュレーション結果(シミュレーション3): 自動車走り抜けに要する時間

	Present method (s)	Non-control (s)
From north to south	175.4	204.2
From south to north	167.2	189.8
From west to east	169.2	186.6
From east to west	168.9	186.8
total	170.6	192.6

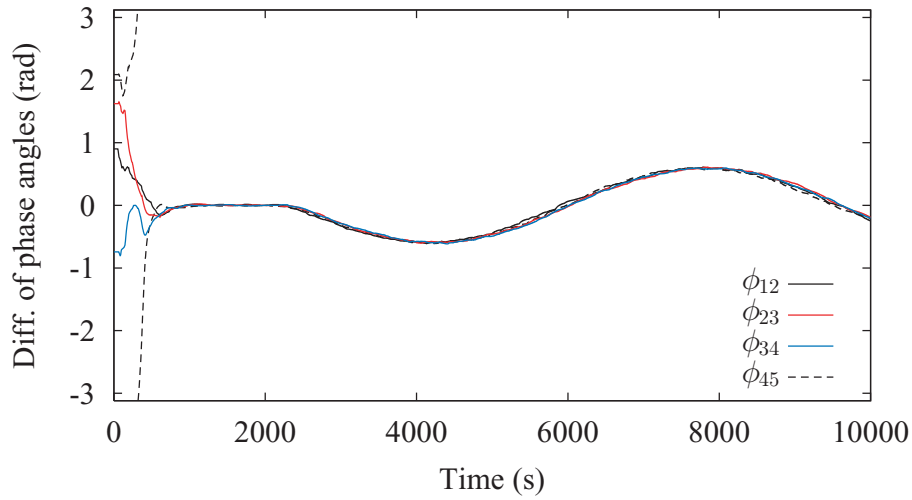


Fig. 3.20: 位相差の時間発展 (シミュレーション 3).

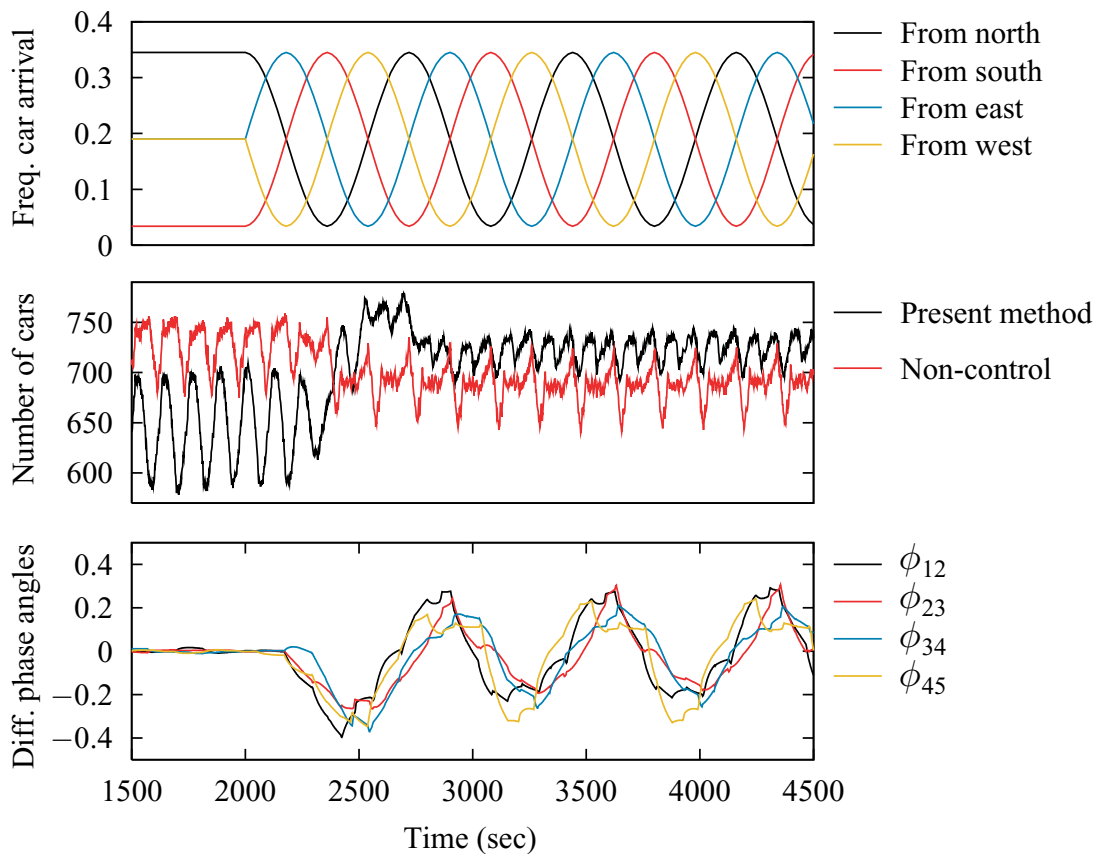


Fig. 3.21: シミュレーション結果 (シミュレーション 4). 上: 四方から流入する自動車の到着頻度の時間変化. 中: 時刻 t にシミュレーション環境上に存在する自動車の総数. 下: 位相差の時間発展.

3.6.7 シミュレーション 4: 外乱への対応

次に、交通量変動の周期がシステムの時定数よりも小さい場合のシミュレーションを行い、提案手法の外乱に対する安定性を調べた。用いた道路網やパラメータは前節までと同じものとした。ここで車両到着頻度は、 $t \leq 2000$ (s) では前節同様に定常的だとし、 $2000 < t \leq 10000$ では周期 720 (s) の正弦波に従って増減する。この環境では半周期すなわち 360 (s) ごとに主要フローの向きが反転するが、これは前節で求めたシステムの時定数 400 (s) よりも短い。

与えた車両到着頻度、シミュレーション環境上に存在する自動車総台数、および信号 no.1–no.5 (Fig.3.8 参照) の位相差の時間発展を Fig.3.21 に示す (ただし Fig.3.21 では、シミュレーション時間 10000 秒のうち冒頭の 4500 秒までを示す)。Fig.3.21 を見ると、定常的交通状況 ($t \leq 2000$ (s)) では提案手法は固定方式よりも効率が高いが、交通状況が変化する $2000 < t$ の状況では固定方式に比べて交通効率が若干低下していることがわかる。なお自動車存在台数の平均値は提案手法で 709 台、固定方式では 688 台であり、自動車の通行所要時間の平均値は提案手法で 193.3 (s)、固定方式では 187.8 (s) であった。いずれも提案手法で制御した場合、固定方式に比べて 3% 程度効率が悪化していることがわかる。

Fig.3.21 の上図 (自動車の到着頻度) と下図 (位相差の時間発展) とを見比べると、位相差ダイナミクスが交通量の変化に追従できていないことがわかる。前節の場合と同様、信号 no.1–no.5 の目標位相差は東西の交通量に依存するため、西の交通量が東より多い場合に目標位相差の値は正の値となり、東の交通量が西より多い場合には負の値となるはずである。しかし Fig.3.21 を見ると、西からの交通量が多い時は負の値、東からの交通量が多い時には正の値となっており、時間遅れのために現実の位相差が目標位相差に追従できていないことがわかる。それでもシステムの位相差は周期的な挙動へと落ち着いており、位相ドリフトが発生してオフセットを制御できなくなり渋滞が発生するといった致命的な状況に陥ることはない。提案手法は外乱に対して高い安定性を持っていると言える。

3.7 おわりに

本章では、非線型結合振動子系によって交通信号網をモデル化し、各信号のスプリットとオフセットを分散的に制御する手法を提案した。

まず 3.2 節では本章の前提条件を述べた。

- 十字路，双方向で各方向に 1 車線の道路のみ
- 交通は直進のみで，右左折はないものとする
- 信号の周波数は固定の共通値とする

という限定を設け，また信号に対して

- 各信号は四方から自分へと流入する交通量を測定でき，
- 同時に各信号は，自分から四方へと流出する交通量の情報を隣接する信号から得る

という仮定を置いた。

3.3 節では，非線型結合振動子系によって交通信号網をモデル化した。各信号は位相角とスプリットを持ち，それと実際の現示がどのように対応付けられるのかを述べた。

3.4 節では，スプリットの制御手法を提案した。スプリットのダイナミクスはグラフ上の反応拡散方程式によって与えられ，各信号の局所的な要請と，周囲の信号との相互関係によって決定される。

3.5 節では，オフセットの制御手法を提案した。スプリット同様，各信号の位相角はグラフ上の反応拡散方程式によって与えられる。位相角のダイナミクスは定数の周波数項と相互作用項から成り，相互作用項が位相差を制御する。この位相差によってオフセットが実現される。

3.6 節でシミュレーションを行い，スプリットおよびオフセットの制御手法の有効性を検証した。そこでは，

- 定常的な交通状況における安定性，効率性
- 交通状況の不連続な変化に対する柔軟性
- 交通状況が動的に変化する場合の追従性
- 交通状況が短周期でゆらぐ場合の安定性

を確認することができた。

本章ではサイクル長は共通の固定値とし、その値については考察しなかったが、サイクル長はスプリットやオフセットと同様、交通効率に大きく影響する重要なパラメータである。次章ではサイクル長制御の問題を扱う。

第 4 章

サイクル長制御の導入

4.1	はじめに	74
4.2	前提条件	75
4.2.1	オフセットの制御	75
4.2.2	オフセット制御の変更点	76
4.3	閉合条件とサイクル長の制御	78
4.3.1	サイクル長制御手法の概要	78
4.3.2	オフセット閉合条件の定式化と解の導出	82
4.3.3	ループ管理エージェントの周波数ダイナミクス	88
4.3.4	信号の周波数ダイナミクス	92
4.4	シミュレーション	94
4.4.1	シミュレーション 1: 単純な道路網	94
4.4.2	シミュレーション 2: より一般的な道路網	100
4.5	おわりに	105

4.1 はじめに

3章では、オフセットとスプリットの2つのパラメータを自律分散的に制御する手法を提案した。本章では提案手法をサイクル長の制御にも拡張し、3つのパラメータすべてを制御対象とする。そしてこれら3パラメータを個別に制御することで、高い交通効率の達成を目指す。

本章は基本的には3章の拡張であり、共通する部分が多い。ただし、本章では信号の周波数は固定値ではなく、個別の変数となっている。3.2節ではこれらの変更について述べる。また本章ではオフセットの制御法にも変更を加えた。そこで4.2節では新しいオフセットの制御方法の説明も行い、3章の制御手法との相違を述べる。

4.3節では、広域制御において考慮すべきオフセット閉合条件を論じる。そしてサイクル長制御を行うことでオフセット閉合条件の問題を緩和し、交通効率を改善することを述べる。また具体的なサイクル長制御手法の提案を行う。

4.4節ではシミュレーションにより提案手法の有効性を検証する。

4.5節で本章を結論づける。

4.2 前提条件

本章の仮定は基本的には3章と同じであり、直進のみの交通流と十字路に限定した交差点を考える(3.2.1節参照)。本章で用いる交通情報も3章と同じであり(3.2.2)、スプリットの制御法も前章と同一である(3.4節を参照)。これらの説明は省略する。

3章では、3つの振動子のパラメータ(位相 θ_i 、周波数 ω_i 、スプリット σ_i)のうち周波数はシステム全体で共通の固定値とし、位相角 θ_i とスプリット σ_i の2つだけ考えた(3.3節参照)。本章では、信号の周波数 ω_i も各信号の状態変数として扱う。

周波数 ω_i は各信号で自由な値を取ることができるものとするが、本論文ではオフセットの制御に際し、隣接する信号 i と j との間で $\omega_i = \omega_j$ となることを仮定している(2.4.2節参照)。 ω_i が個別の変数となった今、 $\omega_i = \omega_j$ はもはや成り立たないが、 $\omega_i \simeq \omega_j$ とみなせれば、これまで同様の方法でオフセットを制御できる。そこで、この仮定が成り立つよう周波数 ω_i を制御する。具体的な制御方法は後述する。

4.2.1 オフセットの制御

本章では、各信号の位相のダイナミクスを次式によって与える。

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i - \frac{\partial V}{\partial \theta_i}, \quad (4.1)$$

$$V = \sum_i \sum_{j \sim i} \{-\gamma_{(i,j)} |q_{i \leftarrow j} - q_{j \leftarrow i}| \cos(\phi_{(i,j)} - D_{(i,j)})\}. \quad (4.2)$$

ただし ω_i は信号 i に固有な周波数で、これによって各信号のサイクル長が決まる。 $\gamma_{(i,j)}$ は収束の速さを調節するパラメータである。

(4.2)式の $D_{(i,j)}$ は信号間位相差 $\phi_{(i,j)}$ の目標値であり、もし $\omega_i = \omega_j$ が成り立てば、 $\phi_{(i,j)}$ は目標値 $D_{(i,j)}$ へと収束する。

目標位相差 $D_{(i,j)}$ は以下のように与える。まず双方向の交通流のうち一方だけを考え、その場合の位相差を決める。 $i \leftarrow j$ 方向の交通に対する位相差を $D_{i \leftarrow j}$ 、逆方向の位相差を $D_{j \leftarrow i}$ と表す。これらは自動車の最高速度 v_{\max} 、信号間距離 $L_{(i,j)} = L_{(j,i)}$ を用いて

$$D_{i \leftarrow j} = -\text{sign}(i, j) \frac{\bar{\omega}_{(i,j)} L_{(i,j)}}{v_{\max}}, \quad D_{j \leftarrow i} = -\text{sign}(j, i) \frac{\bar{\omega}_{(j,i)} L_{(j,i)}}{v_{\max}}. \quad (4.3)$$

と与える。ここで $\bar{\omega}_{(i,j)}$ は信号 i と j の周波数の平均値で、

$$\bar{\omega}_{(i,j)} = \frac{\omega_i + \omega_j}{2} \quad (4.4)$$

とする．

(4.3) 式は3章の(3.26)式に対応している．ただし3章ではシステム全体に共通な周波数を用いたが，ここでは振動子 i と j の周波数の平均値 $\bar{\omega}_{(i,j)}$ を用いている．この理由は，本研究のように振動子 i と j の相互作用が対称な場合，もし周波数が同期するならば，その周波数は両者の平均値となるからである．

次に，順逆2方向の位相差 $D_{i \leftarrow j}$ および $D_{j \leftarrow i}$ から，リンクの総合的な目標位相差 $D_{(i,j)}$ を決める．

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} D_{i \leftarrow j}, & (q_{i \leftarrow j} \geq q_{j \leftarrow i}) \\ D_{j \leftarrow i}, & (q_{i \leftarrow j} < q_{j \leftarrow i}) \end{cases} \quad (4.5)$$

$D_{(i,j)}$ は，リンク上の順逆2つの方向の交通流を比較して流量の多い交通流に着目し，その交通流に適した位相差(4.3式)を与える．もし主要な交通流が $i \leftarrow j$ 方向であれば $D_{(i,j)} = D_{i \leftarrow j}$ となり，逆に $j \leftarrow i$ 方向の交通流が多い場合は $D_{(i,j)} = D_{j \leftarrow i}$ となる． $q_{i \leftarrow j} = q_{j \leftarrow i}$ となる時が $D_{(i,j)}$ の値の切り替え点である．交通量が $q_{i \leftarrow j} \cong q_{j \leftarrow i}$ で揺らぎを伴いつつ安定している場合，目標位相差 $D_{(i,j)}$ が $D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$ の間を頻繁に切り替わり，位相差 $\phi_{(i,j)}$ が振動してしまう恐れがあるが，(4.2)式の係数 $|q_{i \leftarrow j} - q_{j \leftarrow i}|$ により， $q_{i \leftarrow j}$ と $q_{j \leftarrow i}$ の値が近くなるにつれてポテンシャルの勾配は緩やかとなる．このため，交通量が $q_{i \leftarrow j} \cong q_{j \leftarrow i}$ 付近で変動を繰り返す場合でも，(4.2)式のポテンシャル形状の変化の連続性が保たれ， $\phi_{(i,j)}$ の挙動は安定する．

4.2.2 オフセット制御の変更点

前述したように，3章では，(4.1)式の各信号の周波数に共通の固定値 ω を用いていた．また(4.2)式の V は

$$V = \sum_i \sum_{j \sim i} \{ -\gamma(q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \cos(\phi_{(i,j)} - D_{(i,j)}) \},$$

としていた(前章(3.24)式参照)．また $D_{(i,j)}$ ((4.5)式)は $D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$ の流量重みつき内分点であるとして

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} 0 & (q_{i \leftarrow j} = q_{j \leftarrow i} = 0) \\ \frac{q_{i \leftarrow j} D_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i} D_{j \leftarrow i}}{q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}} & (|D_{i \leftarrow j} - D_{j \leftarrow i}| \leq \pi) \\ \pi + \frac{q_{i \leftarrow j} \{D_{i \leftarrow j} + \text{sign}(i, j)\pi\} + q_{j \leftarrow i} \{D_{j \leftarrow i} + \text{sign}(j, i)\pi\}}{q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}} & (|D_{i \leftarrow j} - D_{j \leftarrow i}| > \pi) \end{cases}$$

と定義していた（前章 (3.27) 式）。

これらの変更はサイクル長制御を行うために必要となった。その理由は後述する。

4.3 閉合条件とサイクル長の制御

4.3.1 サイクル長制御手法の概要

広域信号制御を行う場合、オフセットの閉合条件という制約が存在する [河上 1987]。これは“相対オフセットの任意のループ上での和は、必ずサイクル長の整数倍になる”という制約である。

簡単な例を以下に示す。4つの信号と4つのリンクからなるループを考えよう (Fig.4.1)。4つの信号のサイクル長はいずれも 120 (s) だとする。いま信号 2 の信号 1 に対するオフセットを、例えば 50 (s) に設定したとする (つまり、信号 2 は信号 1 より 50 秒遅れて青現示となる)。同様に信号 3 の信号 2 に対するオフセットを 40 (s)、信号 4 の信号 3 に対するオフセットを 50 (s) にそれぞれ設定したとしよう。いま信号 1 が時刻 $t = 0$ (s) に青現示に変わるとする。すると信号 2 は時刻 $t = 50$ (s)、信号 3 は $t = 50 + 40 = 90$ (s)、信号 4 は $t = 50 + 40 + 50 = 140$ (s) にそれぞれ青に変わる (Fig.4.1)。ところでサイクル長が 120 (s) なので、信号 1 が青現示に変わるのは $t = 0, 120, 240, \dots$ (s) である。従って、信号 4 の信号 1 に対するオフセットは $140 - 120 = 20$ (s) と自動的に決まる。この例が示すように、一般にループを構成する n 本のリンクのうち、独立に決めることができるのは $n - 1$ 本であり、残り 1 本は自動的に決まってしまう。このため、道路網のオフセットを設計する場合、すべてのリンクにとって望ましいオフセットを実現できるわけではない。

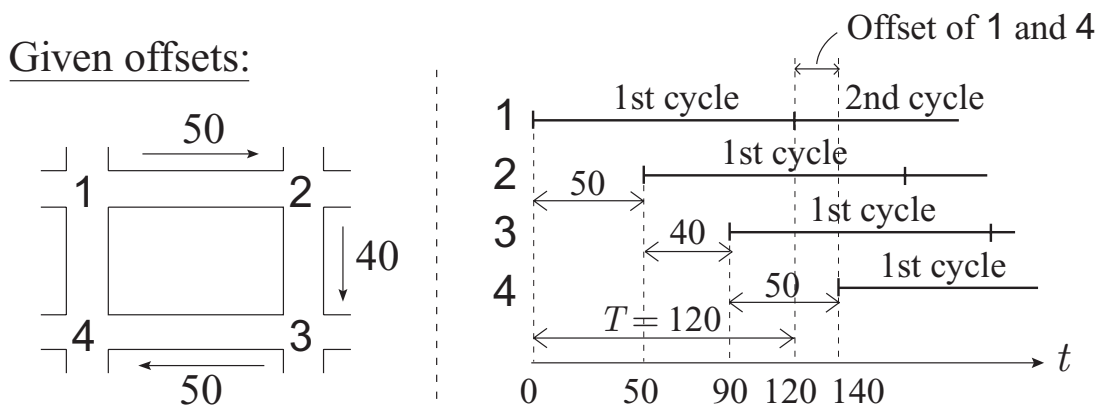


Fig. 4.1: オフセット閉合条件の 1 例。左：4つの信号と4つのリンクからなるループと、3本のリンクに与えられたオフセット。右：信号 1 のサイクル開始時刻を原点とした時の各信号の挙動。信号 4 の信号 1 に対するオフセットが 20 秒となることがわかる。

この閉合条件は、本論文の振動子モデルでは、“位相差の任意のループ上での和が必ず $2n\pi$ となる”ことを意味する。本論文では、振動子モデルの位相差を目標値へと収束させるダイナミクスを作り、これによってオフセットの制御を行っている。ここで振動子モデルの目標位相差は閉合条件を満たすとは限らないのに対し、実現される位相差は閉合条件に拘束される。このため、位相差は必ずしも目標位相差に収束するとは限らない。この問題を解決する必要がある。

従来の集中管理型システム [河上 1987] では、まず道路網グラフから交通量の多い道路を選んで木（付録 A.1 参照）を作り、その木のリンクだけに適切なオフセットを与え、他のリンク（補木のリンク）は無視する。交通状況が変わった場合は木を作り直す。ただしグラフから木を作るためにはグラフ全体の情報が必要であり、本論文のような自律分散的手法ではこの方法を用いることはできない。またこの方法は補木のリンクにオフセットの不具合を集約しているが、交通状況が変わって木を作り直す時、新たに木に加わったリンクや木から除外されたリンクでは、オフセットの値が不連続に大きく変化することとなる。これは渋滞発生の原因ともなる。この方法のように流量の大小でリンクを質的に区別して扱うのではなく、全てのリンクを一貫した方針で扱いたい。

そこで本研究では、サイクル長の制御に注目し、サイクル長を変えてやることでオフセットの閉合条件を満足させる。つまり各リンクが要請するオフセットの和を取り、それを適当な整数で割った値をループ上の信号のサイクル長として用いればよい。これによりループ上の各リンクは各自の望むオフセットを実現でき、結果としてループの交通効率が高くなると予想される。各ループの最適オフセットは交通状況に応じて変化するので、その都度サイクル長を変えてやればよい。

オフセットの閉合条件は交通網の全てのループ上で成り立たなければならない。しかしグラフ内のループの数は極めて多く、全てのループに関して閉合条件を考えることは困難である。またオフセット制御のためには信号間のサイクル長を同じ値に揃える必要がある（2章参照）が、望ましいサイクル長はループごとに異なるので、全てのループを同時に満足させる共通サイクル長は一般には存在しない。

そこで本研究は、多数あるループの中で有限窓（Fig.4.2）だけを考えることにする。そして、有限窓に 1 対 1 で対応するループ管理エージェントを導入する。各ループ管理エージェントは、自己の担当する有限窓の状態を調べ、その有限窓にとって望ましい周波数へとループの周波数を変化させる。同時に各ループ管理エージェントは、隣接する他のループ管理エージェントと通信し、互いの周波数を平滑化する。これにより、周波数の均一性を維持しつつ、全体として望ましい値へと周波数を変化させる。

多数のループの中から有限窓の集合を選ぶ理由の 1 つは、有限窓の集合が平面グラフの

タイセット（ループ）の1つの基底をなしており [伊理 1983]，グラフ上の任意のループを有限窓の和だけで表現できることによる．つまり仮に全ての有限窓で閉合条件が満たされれば，グラフ上の任意のループで閉合条件が満たされる．もちろん全ての有限窓で閉合条件が満たされることは一般的にはあり得ないが，各有限窓で閉合条件が“ほぼ満たされて”いれば，任意のループ上での閉合条件も“ほぼ満たされる”こととなる．

もう1つ有限窓の集合を選ぶ理由は，それらがそれ以上小さなループへと分解することのできない“最小のループ”であり，本研究のような近傍相互作用に基づく方法と相性が良いからである．

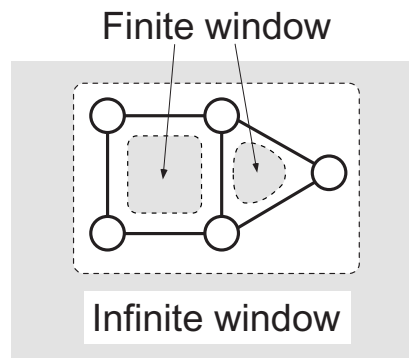


Fig. 4.2: 平面グラフの窓．複数の有限窓と1つの無限窓から成る．

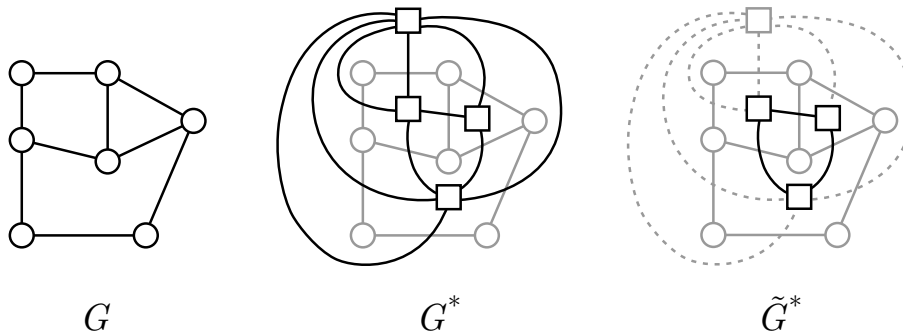


Fig. 4.3: 平面グラフ G とその双対グラフ G^* ，および \tilde{G}^* (G の無限窓に対応するノードとそのノードに接続するリンクとを G^* から削除して作ったグラフ)．

上述したループ管理エージェントのダイナミクスは，双対グラフ（付録 A.3 参照）の上で考えると扱いやすい (Fig.4.3)．道路網 $G = (V, E)$ の双対グラフ $G^* = (V^*, E^*)$ から，ノード $v_{\text{inf}}^* \in V^*$ (G の無限窓に対応するノード) と，そのノードに接続するリンクの集合 $E^*(v_{\text{inf}}^*)$ とを取除いたグラフ

$$\tilde{G}^* = (\tilde{V}^*, \tilde{E}^*) := (V^* \setminus \{v_{\text{inf}}^*\}, E^* \setminus E^*(v_{\text{inf}}^*)) \quad (4.6)$$

を考えると，ループ管理エージェント（ G の有限窓）は \tilde{G}^* 上のノードだと見なすことができる．なお本研究ではこれ以後， \tilde{G}^* を G の双対グラフと呼ぶ．またこれ以後断りがない場合，ループとは有限窓のことを指すものとする．

ここで先ほど述べたループ管理エージェントの役割を思い出そう．役割は以下の 2 つ

- 各ループにとって望ましい値へとループの周波数を変化させる
- 隣接する他のループ管理エージェントとループの周波数を平滑化する

であった．上記 2 項目のうち前者は局所的要請であり，後者は隣接相互作用を意味する．これは反応項と拡散項から成るグラフ上の反応拡散方程式と相性がよい．従って本研究では，道路網グラフの双対グラフ \tilde{G}^* 上の反応拡散方程式によってループ管理エージェントの挙動を設計する．各有限窓にとって望ましい周波数の要請は反応項で記述し，また隣接する他の要素との周波数平滑化は拡散項で表す．

こうして得られるのは双対グラフ \tilde{G}^* 上の周波数であるが，我々が必要とするのは信号の周波数，つまり元のグラフ G 上の周波数であり， \tilde{G}^* から G への変換が必要となる．そこで本研究では，信号の周波数に関する G 上の反応拡散方程式を作り，これを用いて \tilde{G}^* 上の周波数（ループの周波数）を信号の周波数へと変換する．各信号は自己の周辺のループの周波数を参考にして自己の目標周波数を決定する．

本研究のサイクル長制御手法の概念図を Fig.4.4 に示す．Fig.4.4 の左は信号とループ管理エージェントとの関係を示し，右の図は両者の間で交換される情報を表す．なお混乱を避けるため，ループを表す変数には上付き添字 $*$ をつけた．前述のように，ループ管理エージェントが交通網グラフの双対グラフを形成している．Fig.4.4 右図で，信号 i_1 は位相角 θ_{i_1} とスプリット σ_{i_1} ，および交通量 $q_{i_1 \leftarrow i_2}$ と $q_{i_1 \leftarrow i_3}$ それぞれの値をループ管理エージェント l_1^* に伝える．ループ管理エージェント l_1^* は，これらの情報を元にループの周波数 $\Omega_{l_1^*}$ を決め，その値を信号 i_1 に伝える．信号 i_1 はその周波数 $\Omega_{l_1^*}$ を参考にして自己の周波数 ω_{i_1} を変化させる．

これら信号とループ管理エージェントとの情報交換は 1 対 1 ではないことに注意されたい．ループ管理エージェントは，ループ上の各信号から流量やスプリット / 位相角の情報を集め，それら全ての信号にループの周波数 Ω を伝える．Fig.4.4 の例で言えば，ループ管理エージェント l_1^* は，信号 i_1 だけでなく，信号 i_2 や i_3 などループ上の他の全ての信号からも位相角とスプリットおよび交通量の情報を受け取る．同様に信号 i_1 も，ループ管理エージェント l_1^* だけでなく， l_2^* や l_3^* など，ループ上に i_1 を含む全てのループ管理エージェントからループの周波数の情報をもらう．

同様にして信号は，自分の関係する全ての有限窓の管理エージェントとそれぞれ情報交換

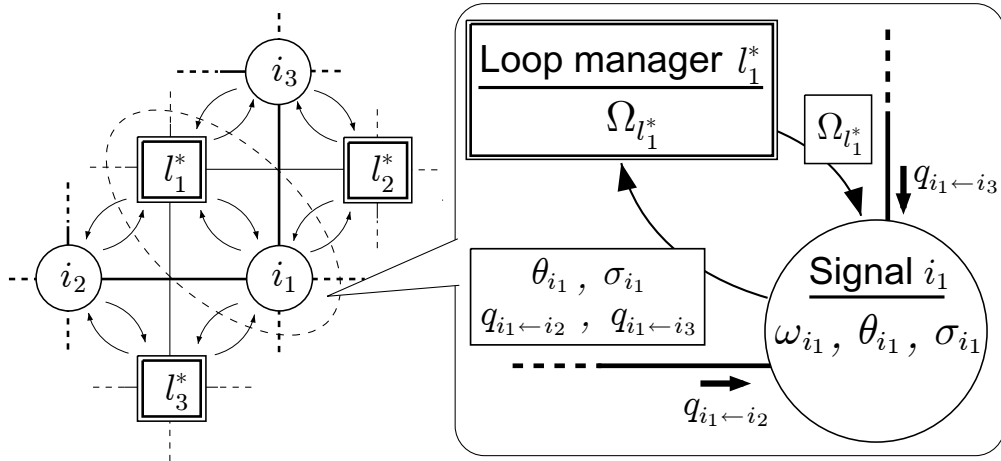


Fig. 4.4: 本論文が提案するサイクル長制御手法の概念図．左：信号とループ管理エージェント（loop manager）の関係．ループ管理エージェントのグラフは信号網の双対グラフとなる．右：信号 i_1 とループ管理エージェント l_1^* が交換する情報．

を行う．

4.3.2 オフセット閉合条件の定式化と解の導出

オフセット制御のダイナミクスを決める前に，ここではまず 1 つのループを考え，そのループがオフセット閉合条件を満たすための周波数の解を求める．なおここでの“ループ”とは簡単のため有限窓に限定するが，有限窓でないループにおいても本節の手順と同様にして周波数の解が求まることをあらかじめ断っておく．

グラフ $G = (V, E)$ 上のループ（つまり \tilde{G}^* 上のノード）を l^* とする（これ以降本研究では，有限窓の要素には全て上付き添字 $*$ をつけて表す）．ここでループ l^* 上を右回りに巡回する向きをループの正の向きとする． $E(l^*)$ はループ l^* を構成するリンクの集合を表すものとし，また $V(l^*)$ はループ l^* 上のノードの集合を表すものとする．ここで $E(l^*)$ ， $V(l^*)$ いずれについても，それぞれの集合の元はループの正の向きに従うように番号付けされているものとする（Fig.4.5）．

ここで，ループ l^* の周波数を Ω_{l^*} と表す．ループ上の信号 $v_{l^*}^1, v_{l^*}^2, \dots$ の周波数はすべてこの Ω_{l^*} だとする．すなわち

$$\omega_{v_{l^*}^i} = \Omega_{l^*}, \quad i = 1, 2, \dots, |V(l^*)|. \quad (4.7)$$

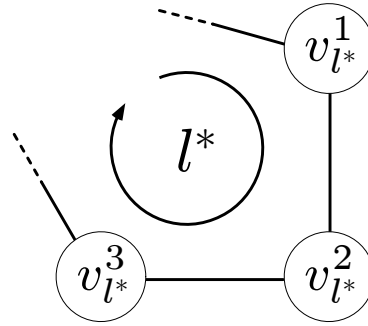


Fig. 4.5: ループ l^* 上のノード $v_{l^*}^i$. ループの正の向きに従って順番に $v_{l^*}^1, v_{l^*}^2, \dots$ と番号付けされている .

このとき , ループ l^* 上の互いに隣接するノード $v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i \in V(l^*)$ に関して

$$\bar{\omega}_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} = \bar{\omega}_{(v_{l^*}^i, v_{l^*}^{i-1})} = \Omega_{l^*}, \quad i = 1, 2, \dots, |V(l^*)|. \quad (4.8)$$

も成り立つ .

閉合条件は , $V(l^*)$ の番号付けされた元 $v_{l^*}^i$ ($i = 1, 2, \dots, |V(l^*)|$) を用いて以下のように表すことができる .

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} (\theta_{v_{l^*}^{i-1}} - \theta_{v_{l^*}^i}) = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (4.9)$$

ただし簡単のため $v_{l^*}^0 = v_{l^*}^{|V(l^*)|}$ とした .

上式を Ω_{l^*} に関する形に書き直し , 閉合条件を満たす Ω_{l^*} の制約式を導きたい . (4.9) 式に (3.7) 式 , (3.8) 式 , および (3.3) 式を代入して $\theta_i - \theta_j$ を $\phi_{(i,j)}$ へと置き換えると次式を得る .

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \left\{ \text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot \phi_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} + \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right\} = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (4.10)$$

ただし $\Delta(i, j, (i, j))$ は互いに隣接する 2 つのノード $i, j \in V$ とその間のリンク $(i, j) \in E$ により定義される関数で , 以下の式で与える .

$$\Delta(i, j, (i, j)) = \begin{cases} -(\sigma_i - \sigma_j)\pi, & \text{リンク } (i, j) \text{ が東西方向の時} \\ +(\sigma_i - \sigma_j)\pi, & \text{リンク } (i, j) \text{ が南北方向の時} \end{cases} \quad (4.11)$$

$\Delta(i, j, (i, j))$ は , 各信号の位相原点を基準とした位相差 $\theta_i - \theta_j$ と現示切り替え点を基準とした位相差 $\phi_{(i,j)}$ とを変換する際に必要な補正項である ($\theta_i - \theta_j$ と $\phi_{(i,j)}$ との関係は 3

章 (3.7) 式および Fig.4.6 を参照). オフセット制御 ((4.2) 式参照) は現示切り替え点基準の $\phi_{(i,j)}$ を制御するのに対し, 閉合条件は位相原点基準の $\theta_i - \theta_j$ に対する制約条件である. これら 2 種類の位相差 $\phi_{(i,j)}$ と $\theta_i - \theta_j$ は, ループ上の信号のスプリットの値が均一でない場合には必ずしも一致しない. このとき $\phi_{(i,j)}$ から $\theta_i - \theta_j$ へ, あるいは $\theta_i - \theta_j$ から $\phi_{(i,j)}$ へと値を変換する際に出てくるのが (4.11) 式の $\Delta(i, j, (i, j))$ である. ループ上のスプリットの値が完全に均一であれば, 2 種類の位相差 $\phi_{(i,j)}$ と $\theta_i - \theta_j$ は同一視することができ, 補正項 $\Delta(i, j, (i, j))$ は 0 となる.

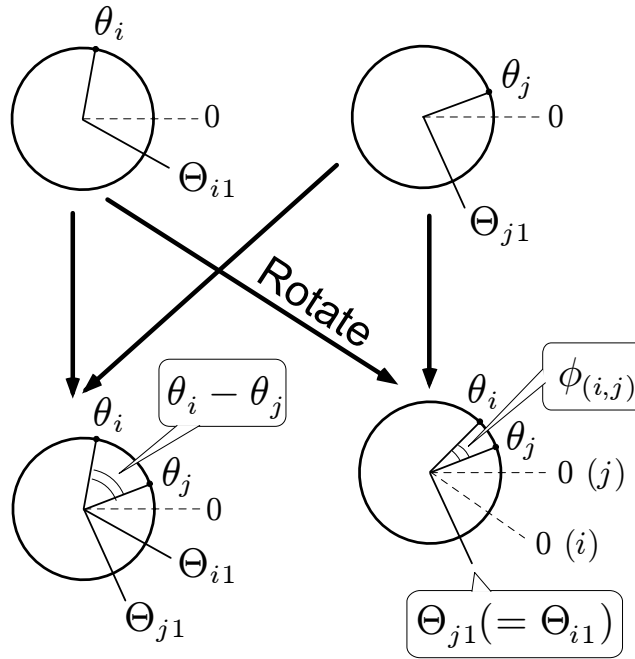


Fig. 4.6: 2 種類の位相差 ($\theta_i - \theta_j$) と $\phi_{(i,j)}$ の関係. ($\theta_i - \theta_j$) は位相原点を基準とする位相差であるのに対し, $\phi_{(i,j)}$ は現示切り替え点を基準としている.

次に (4.10) 式の $\phi_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}$ を $D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}$ で置き換える.

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \left\{ \text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} + \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right\} = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (4.12)$$

ここで (4.3) 式と (4.5) 式から

$$\text{sign}(i, j) D_{(i, j)} = \begin{cases} -\frac{\bar{\omega}_{(i, j)} L_{(i, j)}}{v_{\max}}, & (q_{i \leftarrow j} \geq q_{j \leftarrow i}) \\ +\frac{\bar{\omega}_{(j, i)} L_{(j, i)}}{v_{\max}}, & (q_{i \leftarrow j} < q_{j \leftarrow i}) \end{cases} \quad (4.13)$$

であるが，これに (4.8) 式を代入すると

$$\text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} = \begin{cases} -\frac{\Omega_{l^*} L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}}{v_{\max}}, & (q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} \geq q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) \\ +\frac{\Omega_{l^*} L_{(v_{l^*}^i, v_{l^*}^{i-1})}}{v_{\max}}, & (q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} < q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) \end{cases} \quad (4.14)$$

を得る．この (4.14) 式を (4.12) 式に代入すると，ループの周波数 Ω_{l^*} が閉合条件を満たすための制約式が得られる．

$$\frac{\Omega_{l^*}}{v_{\max}} \Lambda_{l^*} + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (4.15)$$

ただし Λ_{l^*} は以下のように置いた．

$$\Lambda_{l^*} := \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \chi(q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i}, q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) \cdot L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} \quad (4.16)$$

上式の χ は符号を決める関数であり，

$$\chi(q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i}, q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) := \begin{cases} -1 & (q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} \geq q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) \\ +1 & (q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} < q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}}) \end{cases} \quad (4.17)$$

とする．

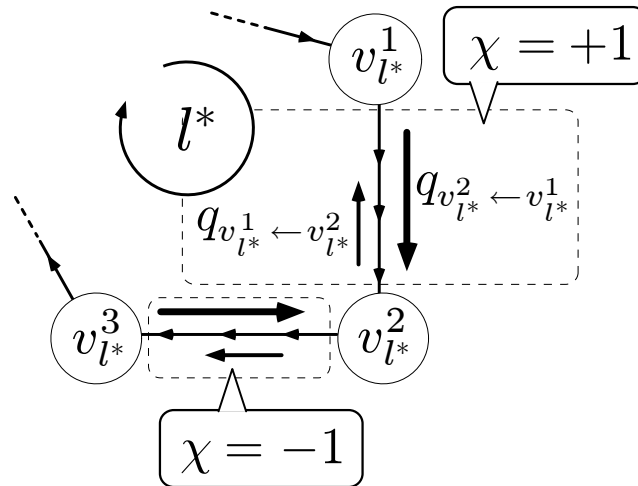


Fig. 4.7: 符号関数 χ . ループの正の向き (右回りの向き) とリンク上の主要交通流の向きとの関係によって χ の値が決まる .

Λ_{l^*} は，ループ l^* に沿って l^* 上のリンクの長さを足し合わせたものである．この際，各リンク上の主要交通流の方向によってリンクの長さに符号 χ がつく (Fig.4.7) . もしリンク

上の主要交通流の方向がループの正の向きと同じならば χ は正，逆ならば χ は負となる．各リンクの主要交通流がループ上で右回りの明確な渦を形成している場合， Λ_{l^*} はループの全長となり，逆に左回りの渦を形成している場合， Λ_{l^*} はループの全長に -1 をかけたものとなる．

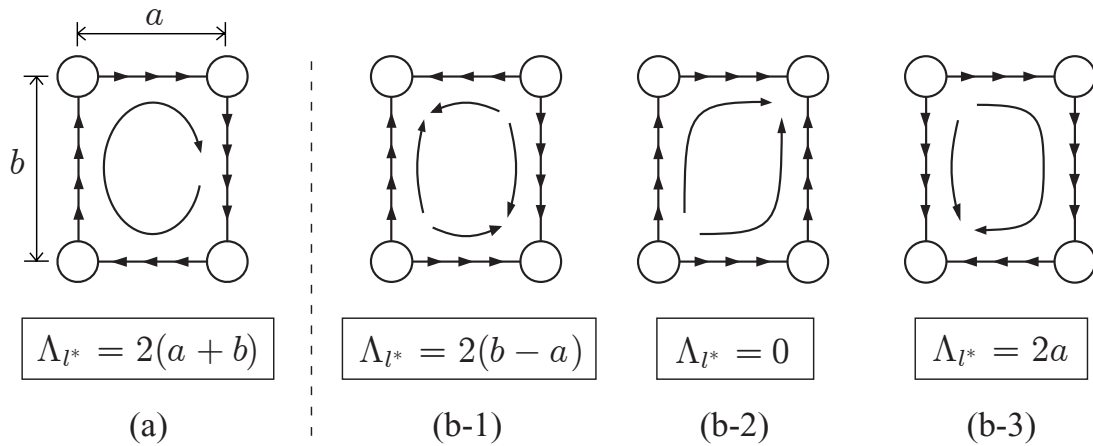


Fig. 4.8: リンク上の主要フロー方向とループの渦，および各場合における Λ_{l^*} の値．

Fig.4.8 に簡単な長方形のループ (大きさ $a \times b$) の例を示す．Fig.4.8(a) はループ上に主要交通流の渦が明確に現れる場合で，この時 Λ_{l^*} は最大値 $\Lambda_{l^*} = 2(a + b)$ となり，これはループの全長と等しい．Fig.4.8 の (b-1) と (b-2) では，各リンクの主要交通流がループ上で互いに打ち消し合うような方向に流れており，(b-1) の場合は $\Lambda_{l^*} = 2(b - a)$ ，(b-2) の場合は $\Lambda_{l^*} = 0$ となる．Fig.4.8(b-3) は中間的な場合である．1 本のリンクの主要交通流の方向が反対を向いているものの，全体としてはループ上で右回りの流れが優位を占めている．この時は $\Lambda_{l^*} = 2a$ となる．

(4.16) 式の Λ_{l^*} は物理的意味を捕らえにくい変数であるが，これを v_{\max} で割った値が各リンクの望ましいオフセットをループ上で足し合わせた値となる．これまで述べたように，ループの望ましいサイクル長は，オフセットのループ上の和を整数で割ることで計算される． $\Lambda_{l^*} = 0$ すなわちオフセットのループ上の和が 0 となる場合 (例えば Fig.4.8(b-2))，もし補正項も $\Delta = 0$ であれば，任意の周波数 Ω_{l^*} に対して閉合条件が成り立つ．補正項 Δ は各信号のスプリットだけによって決まり，周波数には依存しないので， $\Lambda_{l^*} = 0$ かつ $\Delta \neq 0$ の場合， Δ が 2π の倍数である時を除いて解は存在しない．

ここで (4.15) 式を Ω_{l^*} に関する形に整理しておく． Ω_{l^*} が閉合条件を満たすためには，以

下の式を満たせばよい．

$$\Omega_{l^*} = \begin{cases} \frac{v_{\max}}{\Lambda_{l^*}} \left[2m\pi - \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right], & (\Lambda_{l^*} > 0) \\ \frac{v_{\max}}{-\Lambda_{l^*}} \left[2m\pi + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right], & (\Lambda_{l^*} < 0) \end{cases} \quad (4.18)$$

ただし $m = 0, 1, 2, \dots$ とする．

(4.18) 式を見ると，閉合条件を満たす周波数の解は複数存在することがわかる．これは，“オフセットの和の整数分の1がサイクル長の解である”ことによる．これら複数の周波数の解において，ある解と次の解との間隔は $\frac{2v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi$ であり， $|\Lambda_{l^*}|$ に反比例する．従ってループの全長が長く，各リンクの主要交通流がループ上で右回り/左回りの明確な渦を作って流れる場合ほど，与えられた周波数帯域内に多くの解が存在することがわかる．逆にループの全長が短く，ループ上の主要フローが渦を作らない場合，解の数は少なくなり，ある解と次の解との間隔は大きくなる．

(4.18) 式では $\Omega_{l^*} \geq 0$ なる解は意味を持たないことに注意すべきである．また前述のように， $\Lambda_{l^*} = 0$ かつ $\Delta = 0$ ならば任意の Ω_{l^*} に関して閉合条件が成り立つ．

4.2.1 節でも触れたように，前章では目標位相差 $D_{(i,j)}$ を (3.27) 式によって与えたが，本章ではこれを (4.5) 式へと変更した．これは，(3.27) 式の特徴がサイクル長制御を行う上で好ましくないためである．以下で詳しく述べる．

本節での論理展開は，目標位相差 $D_{(i,j)}$ に関する閉合条件を考え， $D_{(i,j)}$ が閉合条件を満たすように周波数 Ω_{l^*} を決めるというアプローチを採っている．いま $D_{(i,j)}$ を Ω_{l^*} の関数と見なした時， $D_{(i,j)}$ の値域は位相の全域，つまり $[0, 2\pi)$ であることが望ましい．ここで前章で用いた (3.27) 式について考えよう．(3.27) 式の $D_{(i,j)}$ は $D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$ の流量重みつき内分点として定義されているため，その値域は流量 $q_{i \leftarrow j}$ と $q_{j \leftarrow i}$ の比に依存する．特に $q_{i \leftarrow j} \simeq q_{j \leftarrow i}$ である場合， $D_{(i,j)}$ は0付近または π 付近のごく限られた範囲の値しか取ることができない（この時値域が0付近になるか π 付近になるかは $L_{(i,j)}$ と v_{\max} の比によって決まる）．つまり流量比によっては肝心の $D_{(i,j)}$ を自由に変えることができず，しばしば閉合条件を満たすことができなくなってしまう．本論文で用いた (4.5) 式では， $D_{(i,j)}$ が流量から受ける影響は位相差の符号だけで，また $D_{(i,j)}$ と Ω_{l^*} の関係も単純な比例関係である（(4.14) 式参照）．従って $D_{(i,j)}$ の値域が制限されることはなく，閉合条件を満たす Ω_{l^*} の存在が保証される．

4.3.3 ループ管理エージェントの周波数ダイナミクス

ここからはループ管理エージェントの周波数 Ω_{l^*} に関する反応拡散方程式のダイナミクスを考える。まずダイナミクスを作るに当たり、周波数制御の仕様を考える。

まずループ管理エージェントは、自己の担当するループの周波数をオフセット閉合条件を満たす周波数（(4.18)式参照）へと収束させなければならない。既に述べたように、オフセット閉合条件を満たす周波数の解は、ループの大きさ（ループの全長）やループ上の交通状況に依存する。このため閉合条件を満たす周波数の解は、一般にループごとに異なる値となる。一方 2.4.2 や 4.2 節でも述べたように、オフセットを制御するためには信号は共通の周波数を持たなければならない。この2つの要求仕様は互いに矛盾するようにも見える。

ここで、(4.18)式の閉合条件を満たす周波数の解が複数個あることを利用することで、この2つの要求仕様を満たすことを目指す。つまり、ちょうど公倍数や公約数を求めるように、各ループが持つ複数個の周波数の解から互いに値の近いものを選び出し、システム全体の周波数がその近辺の値へと収束するようなダイナミクスを作ればよいと考えられる (Fig.4.9)。

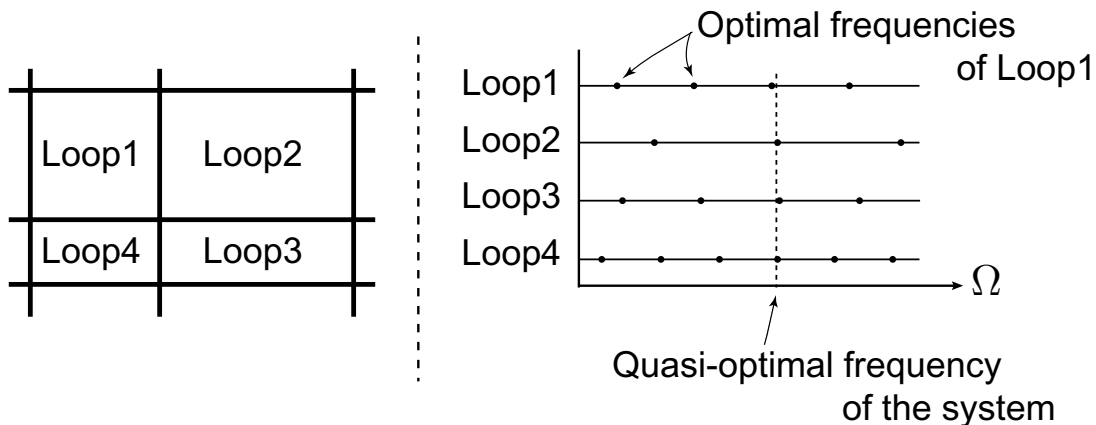


Fig. 4.9: 左：4つのループを持つ道路網。右：各信号が持つ複数個の周波数の解と、システム全体として準最適な周波数の解。

以上の要求仕様を踏まえてループ管理エージェントのポテンシャルを設計する。まず (4.18) 式の複数個の解を極小値として持つように反応項の局所的ポテンシャルを作る。周波

数の解が等間隔で並んでいることから，三角関数のポテンシャルを用いる．

$$U_0(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} -\frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} \cos \left[\frac{\Lambda_{l^*}}{v_{\max}} \Omega_{l^*} + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right], & (\Lambda_{l^*} > 0) \\ -\frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} \cos \left[\frac{-\Lambda_{l^*}}{v_{\max}} \Omega_{l^*} - \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)) \right], & (\Lambda_{l^*} < 0) \end{cases} \quad (4.19)$$

ただし k_0 は収束の速さを調節するためのパラメータである．また $\Lambda_{l^* \max}$ はループ l^* の全長，すなわちループ上でのリンク長の和であり，

$$\Lambda_{l^* \max} = \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} \quad (4.20)$$

と置いた．

前節で述べたように閉合条件を満たす解は多数存在する．ただし現実的には信号の周波数には制限がある．数秒で信号の現示が変わってしまうのでは役に立たないし，逆にサイクル長が数十分もある信号では渋滞発生の原因となる．従って周波数に適当な上下限値を設けてやる必要がある．いま周波数の上限値を Ω_{\max} ，下限値を Ω_{\min} とし，これらは信号網全体で共通の値だとする．

このように周波数の上下限値を設けた場合，その範囲内に閉合条件を満たす解が存在しない（領域内に $U_0(\Omega_{l^*})$ の極小値が存在しない）ことが考えられる．前節において考察したように，ループの全長が短い場合や，ループ上の主要交通流が渦を作らない場合にこのようなことが起こる．また，周波数が上限値を超えない／下限値を下回らないような工夫も必要である．これらの問題に対処しなければならない．

まず $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ の領域内に閉合条件を満たす Ω_{l^*} の解が存在しない場合を考える．この時仮に (4.19) 式のポテンシャル $U_0(\Omega_{l^*})$ をそのまま用いるとする．領域内に極小値は存在しないので， Ω_{l^*} は Ω_{\min} または Ω_{\max} へと収束する．しかしこれは閉合条件を満たす解ではない．本研究では，この場合のポテンシャル形状を以下のように定める (Fig.4.10)．

$$U_1(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^*} - \Omega_{\max}), & (\Omega_{l^*} > \Omega_{\max}) \\ 0, & (\Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max}) \\ \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{\min} - \Omega_{l^*}), & (\Omega_{l^*} < \Omega_{\min}) \end{cases} \quad (4.21)$$

つまりこの場合，反応項は実質的に無いものとし， Ω_{l^*} の挙動はこれは拡散項（後述）だけに依存させる．



Fig. 4.10: ポテンシャル U_1 の形状．許容される周波数帯域内での値は 0 で，帯域外では 1 次のペナルティ関数を持つ．

次に，領域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ の内部に閉合条件を満たす Ω_{l^*} の解が少なくとも 1 つ存在する場合を考える．領域内に解がない場合と同様，この場合でも Ω_{l^*} が Ω_{\min} または Ω_{\max} に収束することが起こりうる．この問題を回避するため，以下のようにポテンシャルを決める．

$$U_2(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^*} - \Omega_{l^* \text{top}}) + U_0(\Omega_{l^* \text{top}}), & (\Omega_{l^*} > \Omega_{l^* \text{top}}) \\ U_0(\Omega_{l^*}), & (\Omega_{l^* \text{bottom}} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{l^* \text{top}}) \\ \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^* \text{bottom}} - \Omega_{l^*}) + U_0(\Omega_{l^* \text{bottom}}), & (\Omega_{l^*} < \Omega_{l^* \text{bottom}}) \end{cases} \quad (4.22)$$

ただし上式での $\Omega_{l^* \text{bottom}}$ と $\Omega_{l^* \text{top}}$ は，以下のように定義する．

$$\Omega_{l^* \text{bottom}} = \max \left[\left(\Omega_{l^* \min} - \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi \right), \Omega_{\min} \right], \quad (4.23)$$

$$\Omega_{l^* \text{top}} = \min \left[\left(\Omega_{l^* \max} + \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi \right), \Omega_{\max} \right]. \quad (4.24)$$

ここで $\Omega_{l^* \max}$ と $\Omega_{l^* \min}$ は，領域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ 内での閉合条件を満たす Ω_{l^*} のうち，それぞれ最大と最小の解である．これら最大の解 / 最小の解と周波数の上限値 / 下限値の位置関係によって $\Omega_{l^* \text{top}}$ と $\Omega_{l^* \text{bottom}}$ が決まる (Fig.4.11)．

結局反応項の局所的ポテンシャルは以下ようになる．

$$U(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} U_1(\Omega_{l^*}), & \Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max} \text{ の範囲に解がないとき} \\ U_2(\Omega_{l^*}), & \Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max} \text{ の範囲に解があるとき} \end{cases} \quad (4.25)$$

次に，拡散項の局所的ポテンシャルを以下のように定義する．

$$U_d(\Omega_{l^*}) = \sum_{k^* \sim l^*} k_1 (\Omega_{l^*} - \Omega_{k^*})^2. \quad (4.26)$$

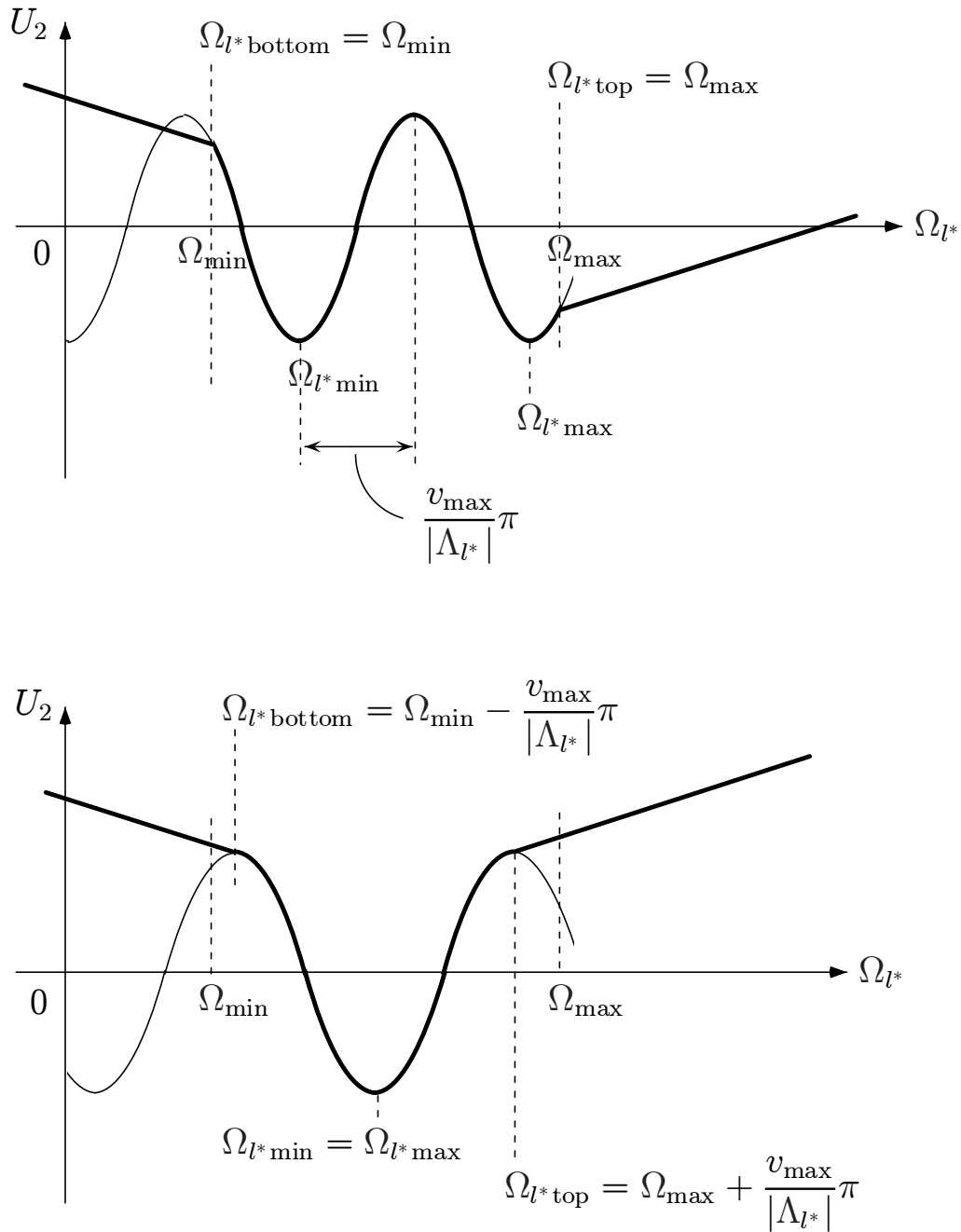


Fig. 4.11: ポテンシャル U_2 の例 . 上: $(\Omega_{l^* \text{ min}} - \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi) < \Omega_{\min}$ かつ $(\Omega_{l^* \text{ max}} + \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi) > \Omega_{\max}$ なる場合のポテンシャル形状 . 周波数帯域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ 内では \cos 関数でポテンシャルを与え, 帯域外ではペナルティ関数を与えている . 下: $(\Omega_{l^* \text{ min}} - \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi) > \Omega_{\min}$ かつ $(\Omega_{l^* \text{ max}} + \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi) < \Omega_{\max}$ なる場合 . 後者の場合, 周波数帯域の上下限付近に“偽りの極小値”ができるため, それを取り除く処理をしている .

ただし $k^* \sim l^*$ は、ループ k^* がループ l^* に隣接していることを表す．従って上式はループ l^* に隣接する全てのループに関して和を取っていることを示す．なお k_1 は収束の速さを調節するパラメータである．

(4.25) 式の局所的反応項ポテンシャルと，(4.26) 式の局所的拡散項ポテンシャルを用いて，ループ l^* の周波数 Ω_{l^*} に関する反応拡散方程式を以下のように定める．

$$\frac{d\Omega_{l^*}}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \Omega_{l^*}} \left\{ \sum_{l^* \in \tilde{V}^*} U(\Omega_{l^*}) + \sum_{l^* \in \tilde{V}^*} U_d(\Omega_{l^*}) \right\}. \quad (4.27)$$

(4.27) 式では，右辺第1項が局所的な要請を表している．第2項は隣接する他のループと値を平滑化する役割を持つ．前述したように，信号網全体が同程度の周波数を持つことが望ましいので，右辺第1項に比べて第2項の働きを強くしておくことが必要である．すなわち，(4.26) の k_1 を (4.19) 式，(4.21) 式の k_0 に比べて大きくしておく．

4.3.4 信号の周波数ダイナミクス

前節 (4.27) 式は，ループの周波数 Ω_{l^*} に関する方程式であり，信号の周波数 ω_i のダイナミクスはまだ定義されていない．ここではループの周波数をもとに信号の周波数を制御する方法について述べる．

まず準備として，グラフ G のノード i を「取り囲む」ループの集合 $\tilde{V}^*(i)$ を以下のように定義する．

$$\tilde{V}^*(i) = \left\{ l^* \mid l^* \in \tilde{V}^*, i \in V, V(l^*) \cap \{i\} \neq \{\emptyset\} \right\} \quad (4.28)$$

この $\tilde{V}^*(i)$ を用いて信号の周波数ダイナミクスを以下のように定義する．

$$\frac{d\omega_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \omega_i} \left\{ \sum_{i \in V} \Upsilon(\omega_i) + \sum_{i \in V} \Upsilon_d(\omega_i) \right\} \quad (4.29)$$

$$\Upsilon(\omega_i) = \epsilon_0 \left\{ \omega_i - \frac{1}{|\tilde{V}^*(i)|} \sum_{l^* \in \tilde{V}^*(i)} \Omega_{l^*} \right\}^2, \quad (4.30)$$

$$\Upsilon_d(\omega_i) = \epsilon_1 \sum_{j \sim i} (\omega_i - \omega_j)^2. \quad (4.31)$$

ただし ϵ_0 と ϵ_1 は収束の速さを調節するパラメータである．

$\Upsilon(\omega_i)$ は，各信号 i が周辺のループの周波数 Ω_{l^*} を調べ，それらの値の平均値へと自己の周波数 ω_i を調節することを意味する． $\Upsilon_d(\omega_i)$ は隣接信号間で周波数を平滑化すること

を意味する．なおループの周波数のダイナミクスにおいても周波数の平滑化を行っており ((4.26) 式参照)，ループの周波数はほぼ均一の値となるはずなので，改めて信号の周波数を平滑化する必要はないとも考えられる．しかし信号網の周波数は常に均一な値を保たなければならないので，信号の方でも再度平滑化を行うものとした．

4.4 シミュレーション

4.4.1 シミュレーション 1: 単純な道路網

まず Fig.4.12 に示すような単純な道路網でシミュレーションを行った．信号網は格子状で， 4×4 の 16 個の信号から成る．この交通網に四方から自動車が入る．なお交通流モデルには，3.6.1 節と同一のものをを用いた．その他，シミュレーションに際して用いた各パラメータの値を Table 4.4.1 に示す．

3.6 節のシミュレーションでは，各方角内では流入量は一様としていた（例えば Fig.3.8 では，東からの流入量は 5 本の道路で共通の値 Q_E とした）が，ここではその仮定は用いず，同じ方角内でも道路ごとに流入量が異なるものとした．なお前章のシミュレーションのように格子状の環境を用い，かつ各方角内で流入量が一様とした場合，ちょうど Fig.4.8(b-2) と同じ交通状況となり，(4.16) 式の Λ_{l^*} は 0 となる．またこの場合，スプリットも信号網全体でほぼ均一となるので，(4.11) 式の Δ に関して $\Delta \simeq 0$ が成り立つ．つまり前章のシミュレーション環境は閉合条件を考慮する必要がない場合に相当することがわかる．

道路網に与えた自動車流入量を Fig.4.12 に示す．ただし図中の“L”は自動車到着頻度 0.383 (1/s)，“ML”は 0.172 (1/s)，“M”は 0.138 (1/s)，“S”は 0.057 (1/s) をそれぞれ表す．また Fig.4.12 には，リンク上の主要交通流が明確な渦を形成しているループ（4.3.2 節参照）を渦巻き矢印（“ \odot ”または“ \ominus ”）によって示し，その時の渦の向き（右回り / 左回り）を表す．なお信号および自動車の挙動計算には 4 次の Runge-Kutta 法を用いた．

Table 4.1: 周波数制御のシミュレーションに用いたパラメータ．

α	0.002	ϵ_0	0.02
β	0.002	ϵ_1	0.1
γ	$\bar{\omega}_{(i,j)}/8.0$	Ω_{\max}	$2\pi/45$ (rad/s)
k_0	0.0015	Ω_{\min}	$2\pi/240$ (rad/s)
k_1	0.08		

Fig.4.13 は，ループ管理エージェントと信号の周波数それぞれの平均値の時間変化を示したものである． $t = 0$ での周波数の初期値は $2\pi/120 \simeq 0.0524$ (rad/s)，つまりサイクル長を 120 (s) としており，周波数が交通状況に応じて変化してゆき，最終的には $\Omega_{l^*} \simeq \omega_i \simeq 0.110$ (rad/s) に収束する．ここで Fig.4.12 の渦巻き矢印をつけた 5 つのループについて，ループにとって望ましい周波数を計算してみる．いまスプリットの値がほぼ均一だとすると，(4.18)

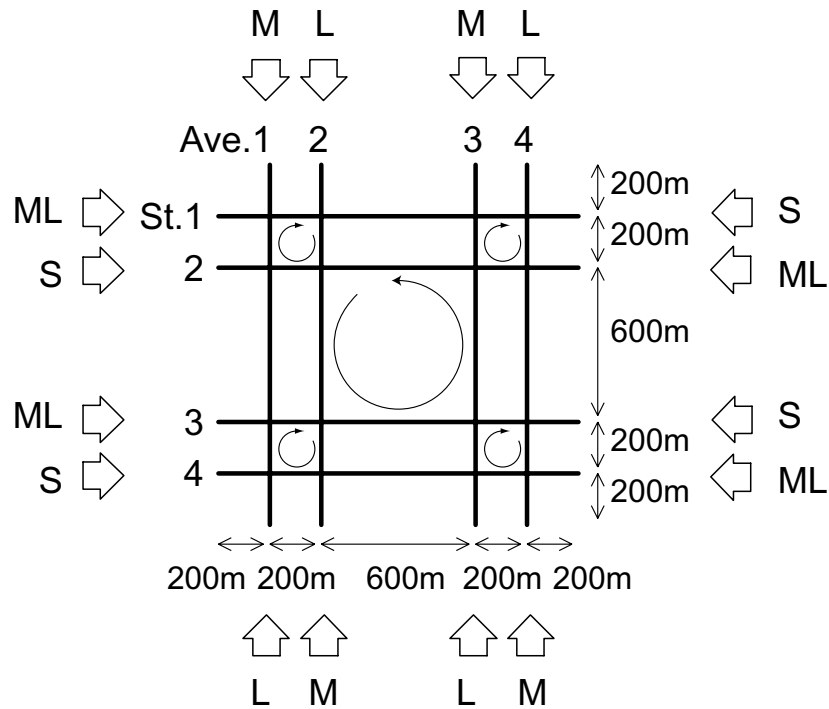


Fig. 4.12: シミュレーション環境と与えた交通量 (シミュレーション 1). ただし“L”は自動車到着頻度 0.383 (1/s), “ML”は 0.172 (1/s), “M”は 0.138 (1/s), “S”は 0.057 (1/s) をそれぞれ表す. なお図中のループ内に記された渦巻き矢印 (“○”または“⊙”)は, そのループで主要交通流が明確な渦を形成していることを表す.

の Δ の項は無視できる. またこれらのループでは $|\Lambda_{l^*}| = \Lambda_{l^* \max}$ であるから

$$\begin{aligned} \Omega_{l^*} &= \frac{2m\pi \cdot v_{\max}}{\Lambda_{l^*}} \\ &= \begin{cases} \frac{2m\pi \times 14}{200 \times 4} = 0.110 \cdot m & (\text{周辺の小さい4つのループ}) \\ \frac{2m\pi \times 14}{600 \times 4} = 0.367 \cdot m & (\text{中心の大きいループ}) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.32)$$

となる ($m = 0, 1, 2, \dots$). つまりシミュレーション結果の周波数収束値は, (4.32) 式の小さいループの解で $m = 1$, 大きいループの解で $m = 3$ と置いた時の値にそれぞれ一致している. 従って, 大小のループで同時に閉合条件を満たす値へ周波数が収束したことが確認できる.

Fig.4.14 は, 道路網から選んだ 2 本の道路の上での信号の位相差の時間発展を示す (見やすいように, 位相差を $[0, 2\pi)$ の範囲で表している). どちらの道路でもリンク長 200 (m) のリンクでは位相差が $\phi \simeq 1.57$ (rad), リンク長 600(m) のリンクでは $\phi \simeq 4.71$ (rad) に収束している. 得られた収束値を位相のポテンシャルの極小値と比較しよう. まずオフセット制御

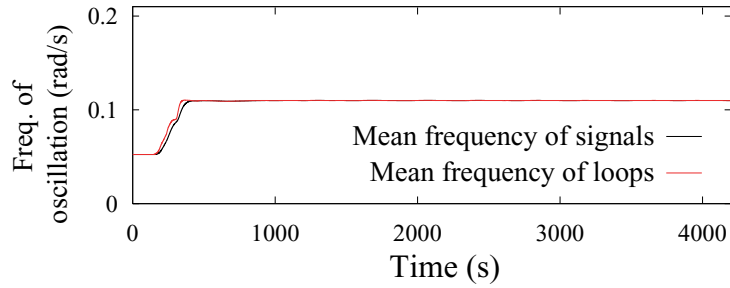


Fig. 4.13: 信号とループの周波数それぞれの平均値の時間変化 .

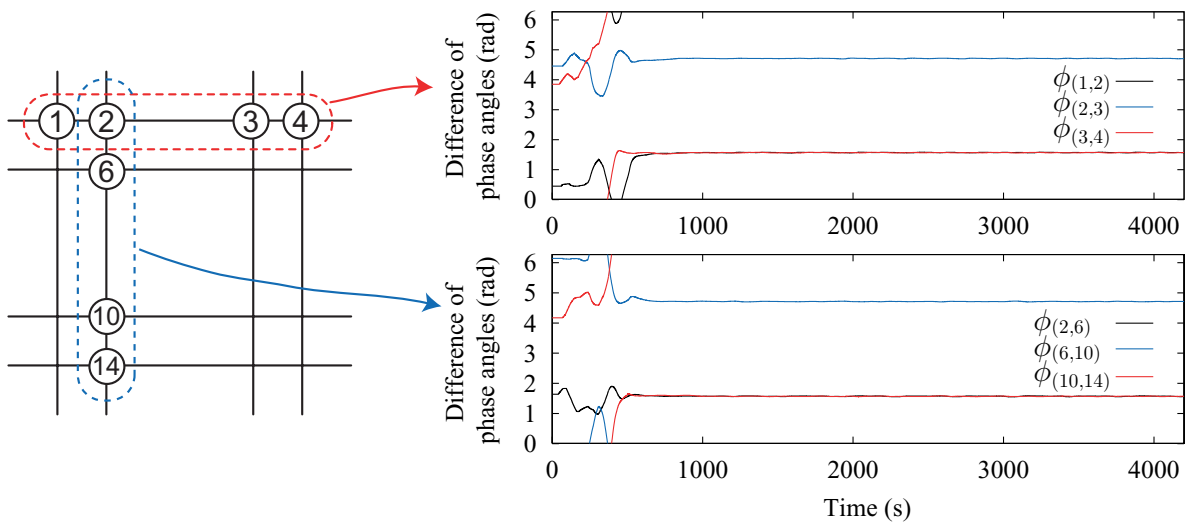


Fig. 4.14: 2つの道路それぞれの上での位相差の時間変化 .

のポテンシャルの極小値は，(4.3) 式および (4.5) 式から

$$|D_{(i,j)}| = \frac{\omega L_{(i,j)}}{v_{\max}} \tag{4.33}$$

である．リンク長 $L_{(i,j)}$ や自動車の最大速度 v_{\max} を代入し，また Fig.4.13 でシステムの周波数が 0.110 (rad/s) に収束していることから，位相のポテンシャルの極小値は

$$\begin{aligned} D_{(1,2)} &= D_{(3,4)} = D_{(2,6)} = D_{(10,14)} \\ &= \frac{0.110 \cdot 200}{14} \simeq 1.571 \\ D_{(2,3)} &= D_{(6,10)} \\ &= \frac{0.110 \cdot 600}{14} \simeq 4.714 \end{aligned} \tag{4.34}$$

と計算できる．この結果は Fig.4.14 の位相差の収束値 ($\phi_{(1,2)}, \phi_{(3,4)}, \phi_{(2,6)}, \phi_{(10,14)} \simeq 1.57$ および $\phi_{(2,3)}, \phi_{(6,10)} \simeq 4.71$) とほぼ一致している．以上により，位相差がポテンシャルの

極小値に収束していること，そして設計した通りのオフセットが実現できていることがわかる．

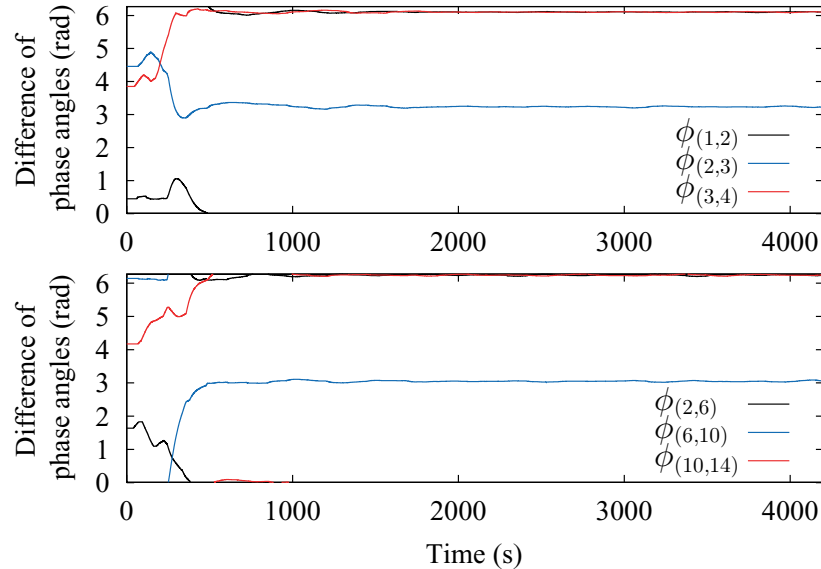


Fig. 4.15: 3章の手法でオフセットとスプリットを制御した場合の2つの道路それぞれの上での位相差の時間変化．周波数は $2\pi/120$ (rad/s) に固定している．

比較例として，周波数は $2\pi/120$ (rad/s) に固定し，オフセットとスプリットを3章の手法で制御した場合の位相差の挙動を Fig.4.15 に示す．この場合の位相差の収束値は，リンク長 200 (m) のリンクではほぼ $-0.1 (= +6.27)$ ，またリンク長 600 (m) のリンクではほぼ π であった．3章のオフセット制御手法と本章の手法では，同じ交通状況に対する目標オフセットが異なる．3章での議論と同様，信号1サイクルの間に各方角から交差点へと流入した自動車台数が，環境に与えた自動車の到着頻度とほぼ等しいと仮定すると，(3.33) 式から目標オフセットは

$$\begin{aligned}
 D_{(1,2)} &= D_{(3,4)} \\
 &= \frac{ML - S}{ML + S} \cdot \frac{\frac{2\pi}{120} \cdot 200}{14} = \frac{0.172 - 0.057}{0.172 + 0.057} \cdot \frac{\pi \cdot 200}{60 \cdot 14} \simeq 0.3756 \\
 D_{(2,3)} &= \frac{ML - S}{ML + S} \cdot \frac{\frac{2\pi}{120} \cdot 600}{14} = \frac{0.172 - 0.057}{0.172 + 0.057} \cdot \frac{\pi \cdot 600}{60 \cdot 14} \simeq 1.1269 \\
 D_{(2,6)} &= D_{(10,14)} \\
 &= \frac{L - ML}{L + ML} \cdot \frac{\frac{2\pi}{120} \cdot 200}{14} = \frac{0.383 - 0.138}{0.383 + 0.138} \cdot \frac{\pi \cdot 200}{60 \cdot 14} \simeq 0.3517 \\
 D_{(6,10)} &= \frac{L - ML}{L + ML} \cdot \frac{\frac{2\pi}{120} \cdot 600}{14} = \frac{0.383 - 0.138}{0.383 + 0.138} \cdot \frac{\pi \cdot 600}{60 \cdot 14} \simeq 1.0552
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

と求まる．これらの目標位相差は Fig.4.15 のオフセットの収束値 $\phi_{(1,2)}, \phi_{(3,4)}, \phi_{(2,6)}, \phi_{(10,14)} \simeq$

-0.1 および $\phi_{(2,3)}, \phi_{(6,10)} \simeq \pi$) と大きく異なる．つまり周波数を固定とした時，オフセットは (3.24) 式のポテンシャル V で意図した極小値へと収束できていないことがわかる．

この時振動子系はどのような状態となるのかを，バネ・マス・ダンパ系とのアナロジーで説明する*¹．Fig.4.16 のように線状につながれた系では，物体の距離がそれぞれのバネの自然長となるような状態へと必ず収束する．この収束状態では，物体間の相互作用力は 0 となる．これに対して，箱に閉じ込められた系 (Fig.4.17) を考えよう．バネの自然長の総和が箱の長さと同しくない場合，収束状態でも各バネは自然長となることはできない．このとき物体が隣接する左右の物体から受ける力の合力は 0 となるが，各隣接物体から受ける力は 0 とならない．この箱に閉じ込められた系がちょうど閉合条件がある場合に相当する．バネ・

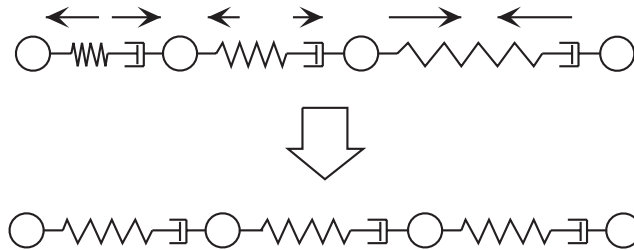


Fig. 4.16: 線状につながれたバネ・マス・ダンパ系．初期状態でバネに蓄えられていたエネルギーは時間とともに散逸し，物体間の距離はそれぞれを結ぶバネの自然長となるように収束する．この場合収束状態では，物体間の相互作用力は 0 となる．

マス・ダンパ系における物体間距離は振動子モデルの位相差に当たり，バネの自然長は目標位相差，箱の長さは閉合条件にそれぞれ相当する．先ほどの Fig.4.15 の収束結果は，バネ・マス・ダンパ系における Fig.4.17 の場合に相当している．

Fig.4.18 は，各時刻においてシミュレーション環境上に存在する自動車の合計台数を表すもので，この数が少なくなると交通流が効率よく走り抜けていることを示す．なお比較対象として，

- 周波数を $2\pi/120$ に固定し，オフセット制御には 3 章の手法 ((3.27) 式) を用いるもの
- 周波数を $2\pi/120$ に固定し，オフセット制御には本章の手法 ((4.5) 式) を用いるもの
- 周波数は $2\pi/120$ ，オフセットは全て 0 にそれぞれ固定し，スプリットのみ制御するもの

の計 3 種類においても同一条件下でシミュレーションを行い，それぞれ自動車存在台数を求

*¹ 厳密に言えば勾配系の挙動はバネ・マス・ダンパ系とは異なる．前者では後者のようなオーバーシュートは起こらない．

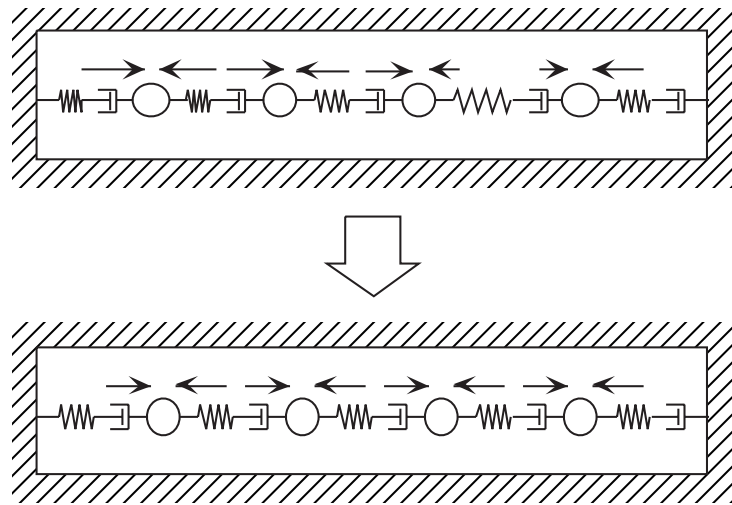


Fig. 4.17: 箱に閉じ込められたバネ・マス・ダンパ系．箱の全長がバネの自然長の和と等しくない場合，収束状態でも各バネは自然長とならない．この時物体間相互作用力は0とはならない（相互作用力の合力は0となっている）．

めた．

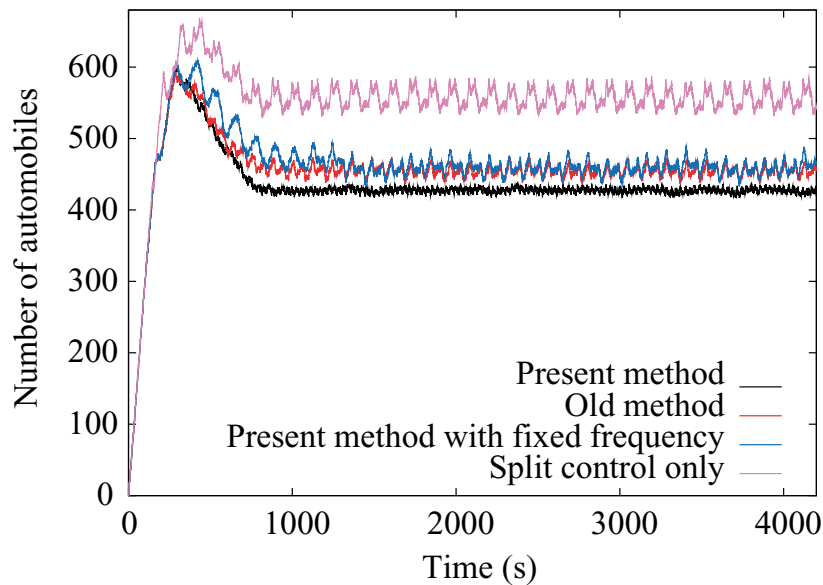


Fig. 4.18: シミュレーション環境上に存在する自動車台数の時間変化（シミュレーション1）．提案手法と3種類の比較対象手法の計4種の制御手法で比較した．

Fig.4.18 では，まず固定オフセット方式の効率が最も低く，自動車台数の時間平均は550台であった．またサイクル長を固定にしてオフセットとスプリットを制御する場合，3章のオフセット制御法（(3.27)式）を用いるものと本章の制御法（(4.5)式）を用いるものでは大

きな差はなく、それぞれ 456 台と 464 台であった。また本章で提案した方法で 3 つのパラメータ全てを制御する場合、平均値は 432 台であった。これは周波数の制御を行わない場合に比べて 6%ほど改善されている。

3 章の議論と同様、ここでも与えた交通状況に対する自動車台数の下限値を求めておく。いま Fig.4.12 で東西・南北の道路の長さはいずれも 1400(m) である。この道路を自動車が停止せずに最高速度で走り抜けるのに要する時間は

$$1400(\text{m}) \div v_{\max}(\text{m/s}) = \frac{1400}{14} = 100(\text{s}) \quad (4.36)$$

であり、これに車両到着頻度を乗じたものを各道路について計算して和を取ると

$$\begin{aligned} & (L \times 100) \times 4 + (ML \times 100) \times 4 + (M \times 100) \times 4 + (S \times 100) \times 4 \\ & = (L + ML + M + S) \times 4 \times 100 \\ & = (0.383 + 0.172 + 0.138 + 0.057) \times 400 = 0.75 \times 400 = 300. \end{aligned} \quad (4.37)$$

この下限値を必要コストと考え、シミュレーション環境上に余分に存在する自動車の台数を比較すると、固定オフセット方式では 250 台、周波数固定で 3 章のオフセット制御方式を用いた場合は 156 台、周波数固定で本章のオフセット制御方式を用いた場合は 164 台、そして周波数制御を行う場合が 132 台である。提案手法で 3 つのパラメータを制御する場合、固定パラメータ方式に比べて 47%の効率改善が見られた。また周波数を固定してオフセットを制御する場合と比較すると、提案手法で 3 つのパラメータを制御する場合では 15~20%効率が改善されている。

4.4.2 シミュレーション 2: より一般的な道路網

ここではより一般的な道路網を想定してシミュレーションを行う。シミュレーション環境を Fig.4.19 に示す。信号網は格子状で、 4×5 の 20 個の信号から成り、リンク長は単純な整数比とはならないように与えてある。このため 4.4.1 節のシミュレーションの場合とは異なり、複数のループで共通の最適な周波数（閉合条件の解となるという意味において）は存在しなくなる。

ここでは、定常的な交通状況が他の交通状況へと切り替わる場合のシミュレーションを行った。与えた流入交通量を Fig.4.20 に示す。まず $0 \leq t < 3000$ (s) では Fig.4.20(a) のような流入量を与えた。ただし図中の“L”は車両到着頻度 0.383 (1/s) を表し、“ML”は 0.172 (1/s)、“M”は 0.138 (1/s)、“S”は 0.057 (1/s) をそれぞれ表す。次に $3000 \leq t \leq 6000$ (s) では、“Ave.3” (Fig.4.19 参照) の道路の北からと南からの流入量を互いに入れ替え、Fig.4.20(b) に示す交通状況を与えた。また Fig.4.20 には、リンク上の主要交通流が明確な渦を形成して

いるループ(4.3.2節参照)を示し,その時の渦の向き(右回り/左回り)を表す. $t = 3000$ (s)を境にシステム内の渦の個数が変化していることがわかる.

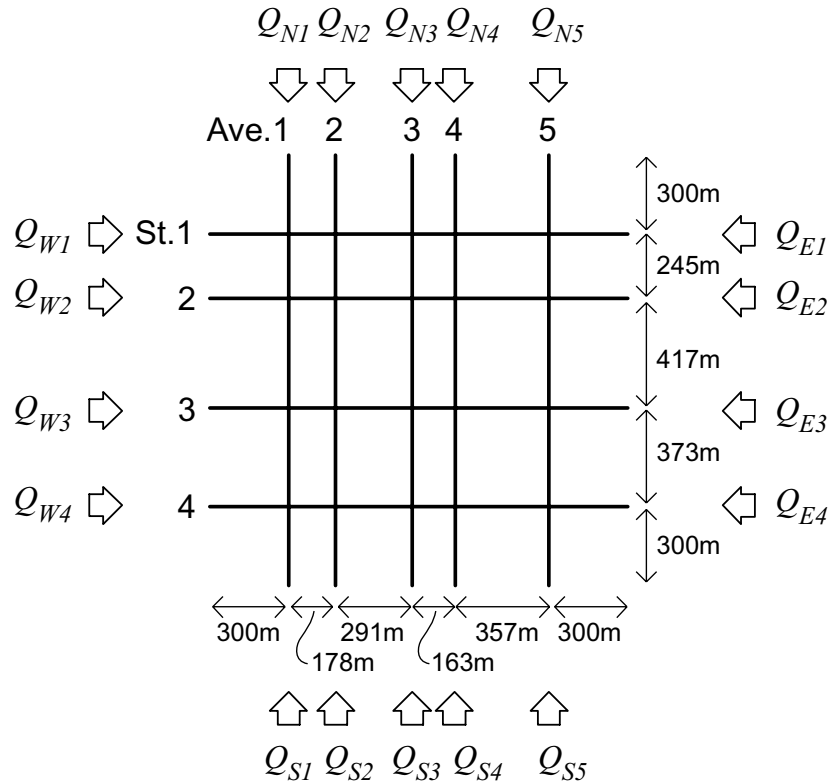


Fig. 4.19: シミュレーション環境(シミュレーション2).

Fig.4.21 に各時刻においてシミュレーション環境上に存在する自動車の合計台数を示す. なお比較対象として,

- 周波数を $2\pi/120$ に固定し, オフセット制御には3章の手法(3.27式)を用いるもの
- 周波数を $2\pi/120$ に固定し, オフセット制御には本章の手法(4.5式)を用いるもの
- 周波数は $2\pi/120$, オフセットは全て0にそれぞれ固定し, スプリットのみ制御するもの

の計3種類においても同一条件下でシミュレーションを行い,それぞれ自動車存在台数を求めた.

Fig.4.21を見ると,まず本章の手法によって3つのパラメータを制御する場合の効率が大きく改善されていることがわかる.3章の手法の交通効率はスプリット制御のみの場合と同程度である.また本章で提案したオフセット制御法(4.5式)を用い,周波数は固定した場合には,スプリット制御のみの場合や3節の手法を用いた場合に比べて若干の改善がみられ

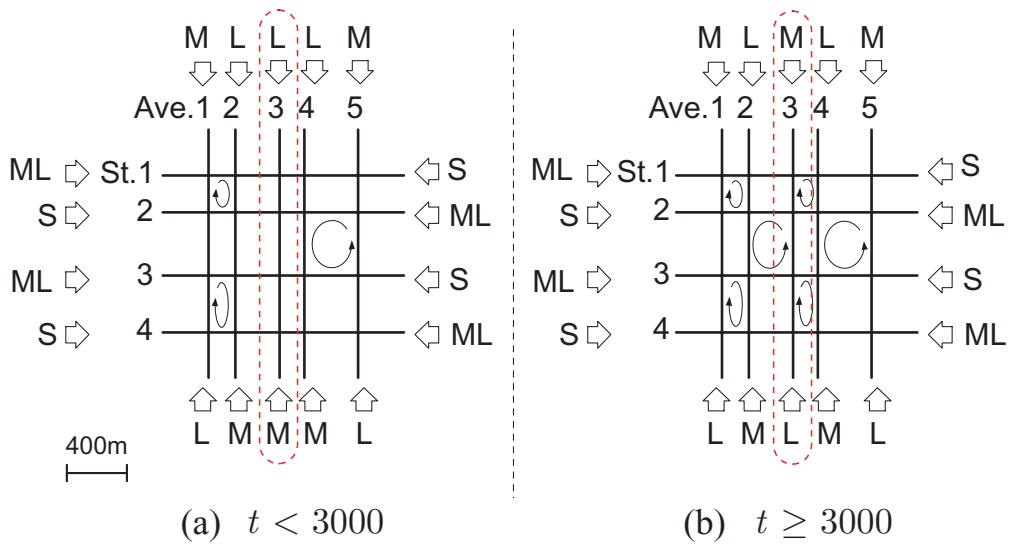


Fig. 4.20: シミュレーションで想定した交通状況 . (a) $t < 3000(s)$ における流入交通量 . ただし $L = 0.383(1/s)$, $ML = 0.172(1/s)$, $M = 0.138(1/s)$, $S = 0.057(1/s)$, であり , これらはいずれも自動車の到着頻度を表す . (b) $t \geq 3000(s)$ での流入交通量 . 道路 “Avenue 3” 上での北からと南からの流入交通量が反転している . なお図中のループ内に記された渦巻き矢印 (“○” または “⊙”) は , そのループで主要交通流が明確な渦を形成していることを表す .

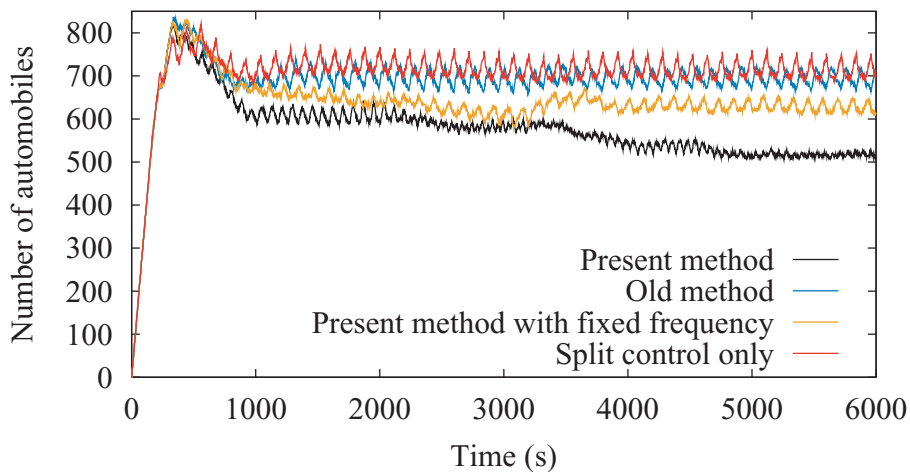


Fig. 4.21: シミュレーション環境上の自動車の総存在台数の時間変化を , 提案手法と 3 種類の比較対象手法の計 4 種の制御手法で比較したもの .

た．それぞれの場合における自動車存在台数の時間平均は，固定パラメータ式で 711 台，3 章の手法の場合で 692 台，本章の手法を用いて周波数だけを固定した場合が 633 台，3 つのパラメータすべてを制御した場合が 552 台であった．

このシミュレーション環境における自動車存在台数の下限値を求める．Fig.4.19 より，道路の長さは東西方向で 1589 (m)，南北方向で 1635 (m) なので

$$\begin{aligned} & (L + M) \times \frac{1635}{v_{\max}} \times 5 + (ML + S) \times \frac{1589}{v_{\max}} \times 4 \\ & = (0.383 + 0.138) \cdot \frac{1635}{14} \times 5 + (0.172 + 0.057) \cdot \frac{1589}{14} \times 4 \simeq 304 + 104 = 408. \end{aligned} \quad (4.38)$$

となる．先ほどのシミュレーション結果からこの必要コストを除き，余分な自動車存在台数を計算すると，固定パラメータ式で 303 台，3 章の手法の場合で 284 台，本章の手法で周波数を固定した場合が 225 台，3 つのパラメータすべてを制御した場合が 144 台であった．固定パラメータ式に比べて 52%，周波数制御を行わない場合に比べて 36～49% 効率が改善されている．

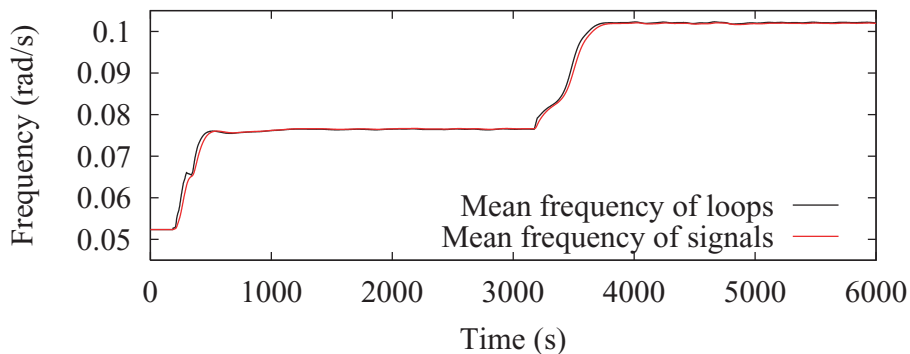


Fig. 4.22: Ω_{l^*} (ループ管理エージェントの周波数) と ω_i (信号の周波数) の時間発展．

本章の手法で周波数を制御させた場合の周波数の時間変化を Fig.4.22 に示す．Fig.4.22 では，ループの周波数 Ω_{l^*} と信号の周波数 ω_i それぞれについてシステム内の全要素で平均をとったものを示している．まず ω_i が Ω_{l^*} をよく追従していること，そして ω_i と Ω_{l^*} いずれも安定な挙動を示していることがわかる．システムの周波数は初期値 $2\pi/120 = 0.524$ でスタートし， $t = 600$ (s) 付近でおおよそ 0.0764 (rad/s) の値に安定している． $t = 3000$ (s) で交通状況が変化するのを受けて周波数も変化し， $t = 3700$ (s) 付近で約 0.102 (rad/s) に安定している．

本章の手法で周波数制御を行う場合と行わない場合の交通効率を比較すると， $t < 3000$ ではあまり効率に差がないことがわかる．これは， $t < 3000$ の交通状況 (Fig.4.20(a)) では，主要交通流が渦を形成するループの数は少なく， $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ の帯域内に解を持たないルー

プの個数が多いためである。このような場合、周波数を変化させても交通効率を大幅に改善することはできない。一方で $t \geq 3000$ (s) では大きな差が出ているが、これは多くのループ上で主要交通流の渦が発生し、それらのループでは領域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ 内に閉合条件を満たす解を持つためである。

前述したように、Fig.4.19 の環境ではリンク長が単純な整数比とはならないように与えてあり、このため各ループの全長も単純な整数比にならない。従って、本章で提案する手法でサイクル長を変化させても、オフセットの閉合条件を満たすことはできない。ただしサイクル長の制御を行わない場合に比べ、目標位相差と実際の位相差のずれを小さくすることができ、これが効率改善をもたらしている。

4.5 おわりに

本章では、3章で提案したスプリットとオフセットの制御法に加えて、サイクル長の制御を実現した。

4.2節では、本章での前提条件として

- これ以後、周波数も各信号に固有な変数とみなすこと
- オフセットの制御方法を変更すること

を述べた。

4.3節では、まずサイクル長制御が必要な理由として、広域制御におけるオフセット閉合条件の問題を挙げ、オフセットを適切に制御できるか否かは信号の周波数の値に依存することを説明した。次に、閉合条件を満たす解へと周波数を収束させる手法を提案した。グラフの有限窓に対応するループ管理エージェントを導入し、それらループ管理エージェントが双対グラフ上での反応拡散方程式に従って協調することにより、周波数の均一性を保ちつつ、システム全体にとって望ましい周波数へと値を変化させるダイナミクスを実現した。これにより、サイクル長、スプリット、オフセットの3つのパラメータを個別に制御することを実現した。

4.4節では、提案手法の有効性を検証するためにシミュレーションを行った。そこでは、

- 交通網の周波数が状況に応じて変化していること
- その結果として、高い交通効率が実現されていること

を確認することができた。

次章では、右左折交通流への対応を扱う。

第 5 章

右左折の導入とモデル拡張

5.1	はじめに	108
5.2	前提条件	109
5.3	リンク上の流れの分類	110
5.4	右左折を考慮したオフセットの制御	112
5.5	右左折を考慮したスプリットの制御	114
5.6	右左折を考慮したサイクル長の制御	115
	5.6.1 閉合条件の解の導出	115
	5.6.2 ループ管理エージェントの周波数ダイナミクス	117
	5.6.3 信号の周波数ダイナミクス	119
5.7	シミュレーション	120
	5.7.1 確率推移行列による右左折の扱い	120
	5.7.2 シミュレーション環境と交通状況	121
	5.7.3 結果と考察	121
5.8	おわりに	127

5.1 はじめに

これまで本研究では直進交通流のみを扱い、右左折流は考慮してこなかったが、これは現実的ではない。実環境への適用を想定した場合、右左折交通流への対応は不可欠である。そこで本章では、右左折流を取り入れてモデルの拡張を行い、6章の実環境適用への準備をする。

5.2 節では、本章における仮定を述べる。

2.2 節において、交通の流れはすべて分類され、個別に測定可能だとする仮定を置いたが、5.3 節では、オフセットの制御のためにリンク上の直進交通流と右左折流とを分類する。また以降の数式展開で用いる変数の定義を行う。

5.4 節では、5.3 節における流れの分類を踏まえてオフセットの制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張する。このオフセット制御法の拡張は、西川・喜多らの着想 [西川 2002] に基づいている。

同様にして 5.5 節では、スプリットの制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張する。

同じく 5.6 節では、サイクル長の制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張する。

5.7 節では、右左折のある環境のシミュレーションを行い、手法の有効性を検証する。

5.8 節で本章を総括する。

5.2 前提条件

3章および4章では右左折交通流は考慮せず、直進交通流のみを扱ってきた。本章では右左折交通流を考慮してモデルの拡張を行う。これに伴い、各信号の現示方式も直進のみの2現示方式 (Fig.5.1(a)) から、右左折のある2現示方式 (Fig.5.1(b)) へと変更する。

本章では、Fig.5.1(b)の現示方式を持つ信号から成る信号網で、スプリット/オフセット/サイクル長の制御を行う。

なお、本章では右左折の導入以外に新たな仮定は設けていない。

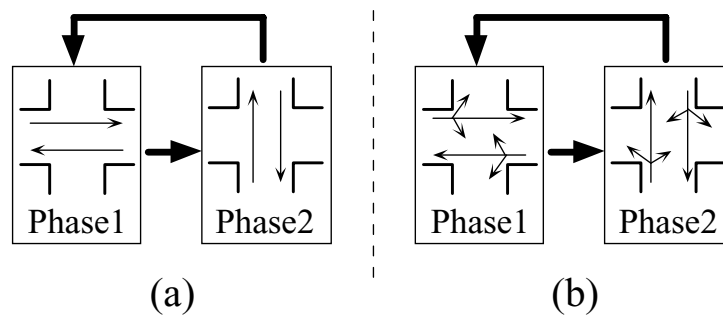


Fig. 5.1: 現示方式．(a) 3章および4章で想定していた現示方式．直進流のみで右左折は想定していない．(b) 本章で想定する現示方式．右左折交通流が存在する．

5.3 リンク上の流れの分類

隣接する2つの信号 i と j を考える．交通流に右左折がある場合，リンク (i, j) 上を流れる交通流には，4種類の“流れ”が存在する (Fig.5.2)．これら4つのうち，直進流 (a) と (b) は4章までで考慮してきたものと同じである．本章で新たに考察すべきなのは交通流 (c) と (d) で，これらは上流のノードで右折/左折したのち下流のノードに到着する．

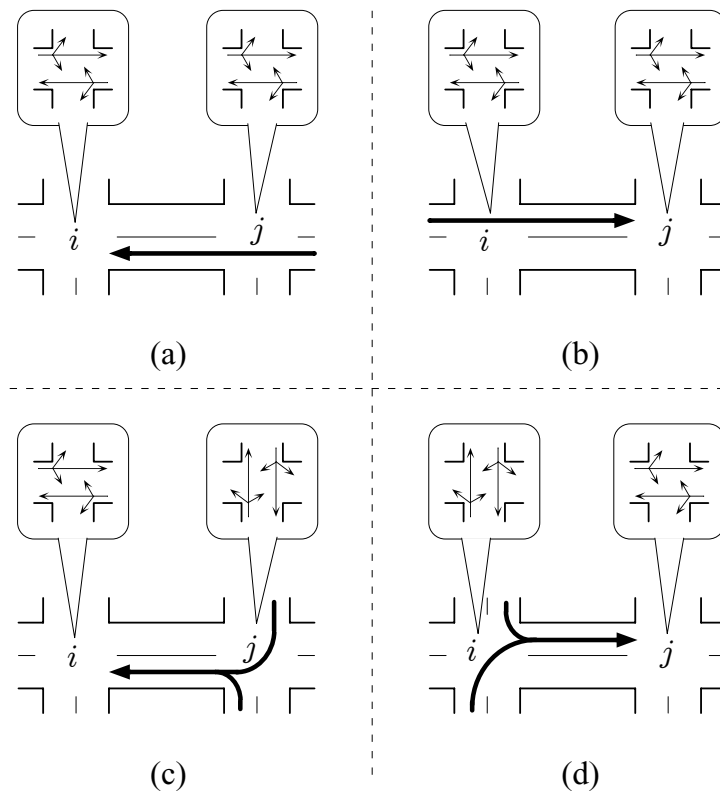


Fig. 5.2: 信号 i - j 間で考慮すべき4種類の交通流と，それぞれの交通流に通行権を与えるための各信号の現示．(a) 信号 j を直進して i に流入する交通流．(b) 信号 i を直進して j に流入する交通流．(c) 信号 j で右折/左折して i に流入する交通流．(d) 信号 i で右折/左折して j に流入する交通流．

Fig.5.2 は，交通流 (a)~(d) に通行権を与える信号 i と j の現示の組み合わせを表す．オフセット制御は各信号の現示を開始するタイミングを制御するものである．3章および4章のように直進交通流だけを考慮する場合，信号 i と j が共に同じ現示をスタートさせる場合 (つまり Fig.5.2 の交通流 (a) および (b) の場合) を考えれば十分であった．しかし右左折を考慮すると，隣接する信号の現示が互いに異なる場合 (Fig.5.2 の (c) および (d)) も考えなければならないことがわかる．ここで (a) と (c)，(b) と (d) をまとめて扱っては効果が挙が

らないことに注意されたい。(a)に適したオフセットは(c)には不適であり,(c)に適したオフセットは(a)には適さない。オフセットを適切に制御するためには,これら4種類の流れの交通量をそれぞれ個別に測定しなければならない。2.2節において,「交差点を流れる各種の流れを個別に測定する必要がある」と述べたが,本章がその実例となっている。

本論文では,2.3節で,これら各種の交通流の流量を個別に測定できるものと仮定した。これら測定した交通量をそれぞれ以下の記号で表す。

$$q_{i \leftarrow j} : j \text{ で直進して } i \text{ に至る交通流の流量} \quad (5.1)$$

$$q_{i \leftarrow \rho j} : j \text{ で右左折して } i \text{ に至る交通流の流量} \quad (5.2)$$

また今後の必要のため,以下の記号も定義しておく。

$$q_{i \leftarrow j} = q_{i \leftarrow j} + q_{i \leftarrow \rho j} \quad (5.3)$$

$$q_{(i,j)}^{\max} = \max [q_{i \leftarrow j}, q_{i \leftarrow \rho j}, q_{j \leftarrow i}, q_{j \leftarrow \rho i}] \quad (5.4)$$

$$q_{(i,j)}^{2\text{nd}} = \max \left[\{q_{i \leftarrow j}, q_{i \leftarrow \rho j}, q_{j \leftarrow i}, q_{j \leftarrow \rho i}\} \setminus \{q_{(i,j)}^{\max}\} \right] \quad (5.5)$$

つまり $q_{i \leftarrow j}$ は信号 i に信号 j から流入する総交通量であり, $q_{(i,j)}^{\max}$ はリンク (i, j) 上の4種類の交通流 (Fig.5.2 参照) のうち流量最大のものを表す。これはリンク (i, j) に関して一意に定まる値であり, $q_{(i,j)}^{\max} = q_{(j,i)}^{\max}$ が成り立つため,添え字に (i, j) を用いた。また $q_{(i,j)}^{2\text{nd}}$ は (i, j) 上の交通流のうち2番目に流量が多いものを表す。

5.4 右左折を考慮したオフセットの制御

ここからは5.3節で行った“流れ”の分類結果に沿ってオフセットの制御法を決める．なお本節の内容は，西川・喜多らの着想 [西川 2002] に基づいている．

隣接する2つの信号の位相差 $\phi_{(i,j)}$ は，これまで

$$\phi_{(i,j)} = \begin{cases} \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i1}) - (\theta_j - \Theta_{j1})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が東西方向の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i2}) - (\theta_j - \Theta_{j2})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が南北方向の時} \end{cases}$$

としていた (3.7) 式) が，まずこれを以下のように拡張する．

$$\phi_{(i,j)} = \begin{cases} \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i1}) - (\theta_j - \Theta_{j1})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{ または } q_{j \leftarrow i} \text{ の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i1}) - (\theta_j - \Theta_{j2})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \rightarrow j} \text{ の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i2}) - (\theta_j - \Theta_{j1})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \rightarrow i} \text{ の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i2}) - (\theta_j - \Theta_{j2})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{ または } q_{j \leftarrow i} \text{ の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i2}) - (\theta_j - \Theta_{j1})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \rightarrow j} \text{ の時} \\ \text{sign}(i,j) \{(\theta_i - \Theta_{i1}) - (\theta_j - \Theta_{j2})\}, & \text{リンク } (i,j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \rightarrow i} \text{ の時} \end{cases} \quad (5.6)$$

つまりリンク (i,j) 上の主要交通流 $q_{(i,j)}^{\max}$ が Fig.5.2 の4種類の流れのうちどれに属するかによって $\phi_{(i,j)}$ の定義を切り替えてやる．上式で現示開始位置 Θ の項が各場合で変化していることに注意されたい．この $\phi_{(i,j)}$ を用いて位相差ダイナミクスを以下のように与える．

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i - \frac{\partial V}{\partial \theta_i} \quad (5.7)$$

$$V = \sum_i \sum_{i \sim j} V_{(i,j)} \quad (5.8)$$

$$V_{(i,j)} = \left\{ -\gamma_{(i,j)} \left| q_{(i,j)}^{\max} - q_{(i,j)}^{2\text{nd}} \right| \cdot \cos(\phi_{(i,j)} - D_{(i,j)}) \right\} \quad (5.9)$$

上式の $D_{(i,j)}$ は以下のように与える .

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} D_{i \leftarrow j}, & q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{の時} \\ D_{i \leftarrow j}, & q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{の時} \\ D_{j \leftarrow i}, & q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \leftarrow i} \text{の時} \\ D_{j \leftarrow i}, & q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \leftarrow i} \text{の時} \end{cases} \quad (5.10)$$

ただし $D_{i \leftarrow j}$, $D_{j \leftarrow i}$, $D_{i \leftarrow j}$, $D_{j \leftarrow i}$ はそれぞれ

$$D_{i \leftarrow j} = D_{i \leftarrow j} = -\text{sign}(i, j) \frac{\bar{\omega}_{(i,j)} L_{(i,j)}}{v_{\max}} \quad (5.11)$$

$$D_{j \leftarrow i} = D_{j \leftarrow i} = -\text{sign}(j, i) \frac{\bar{\omega}_{(j,i)} L_{(j,i)}}{v_{\max}} \quad (5.12)$$

である . 上式の $\bar{\omega}_{(i,j)}$ は 4 章の定義と同様 ,

$$\bar{\omega}_{(i,j)} = \frac{\omega_i + \omega_j}{2}$$

である .

直進流の場合の目標位相差 ($D_{i \leftarrow j}$ と $D_{j \leftarrow i}$) は 4 章の定義と同じであり , 右左折流の目標位相差 ($D_{i \leftarrow j}$ および $D_{j \leftarrow i}$) はここで新たに定義した .

(5.11) 式 , (5.12) 式では $D_{i \leftarrow j} = D_{i \leftarrow j}$ かつ $D_{j \leftarrow i} = D_{j \leftarrow i}$ であり , 直進流と右左折流の目標位相差に同じ値を用いていることがわかる . このため両者を区別して扱う必要がないように見えるが , 実は直進流と右左折流とでは $\phi_{(i,j)}$ の定義 ((5.6) 式) が異なるため , 実現される位相差 ($\theta_i - \theta_j$) は両者で異なった値となる . もし右左折流が存在しない場合 , このオフセット制御手法は 4 章で用いたものと同ーになることにも注意されたい .

5.5 右左折を考慮したスプリットの制御

同じく 5.3 節における議論を踏まえ、スプリット σ_i のダイナミクスを以下のように与える。

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \sigma_i}(W_0 + W_1) \quad (5.13)$$

$$W_0 = \sum_i \alpha \left(\sigma_i - \frac{q_{i \leftarrow w(i)} + q_{i \leftarrow e(i)}}{\sum_{j \sim i} q_{i \leftarrow j}} \right)^2 \quad (5.14)$$

$$W_1 = \sum_i \sum_{j \sim i} \beta \{ (q_{i \leftarrow j} + q_{j \leftarrow i}) \cdot (\sigma_i - \sigma_j)^2 + (q_{i \leftarrow p j} + q_{j \leftarrow p i}) \cdot (\sigma_i + \sigma_j - 1)^2 \} \quad (5.15)$$

ポテンシャル W_0 は 4 章までの定義をそのまま用いている。一方、ポテンシャル W_1 には新たに第 2 項が加えられているが、これは直進流と右左折流では平滑化すべき現示が異なるためである。

直進流 (Fig.5.2 の (a) と (b)) では、2 つの信号が同じ現示を取る場合に通行権が与えられる。スプリットと現示の関係は、2 章で述べたように

$$\Theta_{i1} = \left(\frac{1}{2} - \sigma_i\right)\pi, \quad \Theta_{i2} = \left(\frac{1}{2} + \sigma_i\right)\pi$$

であるため、信号 i と j の現示 1 の青時間 (あるいは現示 2 の青時間) を平滑化したい場合、スプリット σ_i と σ_j とを平滑化すればよい。これに対して右左折流 (Fig.5.2 の (c) と (d)) の場合、信号 i の現示 1 と信号 j の現示 2 (あるいは i の現示 2 と j の現示 1) を平滑化すべきである。この場合は σ_i と $(1 - \sigma_j)$ の平滑化を行わなければならない。ただしこの平滑化は、Fig.5.2 の (a) と (b) では区別する必要がなく共通であり、同様に (c) と (d) も区別しなくてよい。そこで上式の W_0 の第 1 項を (a) と (b) の場合に、第 2 項は (c) と (d) の場合にそれぞれ対応付け、両者の重みは流量比 ((a) と (b) の流量和と (c) と (d) の流量和との比) として与えるものとする。

なお W_0 と同様、 W_1 に関しても、右左折流が存在しない場合は 4 章までのモデルと同一となる。

5.6 右左折を考慮したサイクル長の制御

4章と同様、サイクル長の制御を行い、オフセットの閉合条件の問題を緩和する。制御手法自体は4章と同様であり、道路網グラフ G の双対グラフ \tilde{G}^* を考え、ループ管理エージェントを \tilde{G}^* のノードに対応させる。そして \tilde{G}^* 上のループ管理エージェントの反応拡散方程式によって各ループ（各有限窓）の周波数を決定する。各信号の周波数は G 上の反応拡散方程式に従うが、この際各信号は、自己の周辺の各ループの周波数を元に自己の周波数を決定する。

5.6.1 閉合条件の解の導出

4章での論理展開と同様に、まず1つのループに関する閉合条件の解を求めよう。 l^* をグラフ G 上の有限窓（ \tilde{G}^* 上のノード）とする。 $V(l^*)$ をループ l^* 上に存在するノード（信号）の集合を表すものとし、 $V(l^*)$ の元 $v_{l^*}^1, v_{l^*}^2, \dots, \in V(l^*)$ はループの正の向き（ループを右回りに巡回する向き）に番号づけられているとする（Fig.4.5 参照）。これらループ l^* 上の信号はすべて共通の周波数を持つものとし、それを

$$\omega_{v_{l^*}^i} = \Omega_{l^*}, \quad i = 1, 2, \dots, |V(l^*)|. \quad (5.16)$$

とする。この Ω_{l^*} に関する閉合条件の制約式を導く。

閉合条件は、 $V(l^*)$ の番号付けされた元 $v_{l^*}^i$ ($i = 1, 2, \dots, |V(l^*)|$) を用いて以下のように表すことができる。

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} (\theta_{v_{l^*}^{i-1}} - \theta_{v_{l^*}^i}) = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (5.17)$$

簡単のため $v_{l^*}^0 = v_{l^*}^{|V(l^*)|}$ と表した。上式の $\theta_i - \theta_j$ を $\phi_{(i,j)}$ に置き換えると次式を得る。

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \left\{ \text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot \phi_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} + \Delta \left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} \right) \right\} = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (5.18)$$

上式の $\Delta \left(i, j, (i, j), q_{(i,j)}^{\max} \right)$ は、互いに隣接するノード $i, j \in V$ とその間のリンク $(i, j) \in E$ 、およびそのリンクを流れる交通流のうち最大のフロー $q_{(i,j)}^{\max}$ によって定義される関数で、

以下の式によって与える .

$$\Delta \left(i, j, (i, j), q_{(i,j)}^{\max} \right) = \begin{cases} -(\sigma_i - \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{ または } q_{j \leftarrow i} \text{ の時} \\ -(\sigma_i + \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \rightarrow j} \text{ の時} \\ +(\sigma_i + \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が東西方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \rightarrow i} \text{ の時} \\ +(\sigma_i - \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \leftarrow j} \text{ または } q_{j \leftarrow i} \text{ の時} \\ +(\sigma_i + \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{i \rightarrow j} \text{ の時} \\ -(\sigma_i + \sigma_j), & \text{リンク } (i, j) \text{ が南北方向で } q_{(i,j)}^{\max} = q_{j \rightarrow i} \text{ の時} \end{cases} \quad (5.19)$$

4章でも述べたとおり, この Δ は補正項であり, 各信号の現示切替え点を基準とする位相差 $\phi_{(i,j)}$ を, 共通の位相原点を基準とする位相差 $(\theta_i - \theta_j)$ に変換する際に生じる (前節 (4.11) 式および Fig.4.6 参照). 4章ではこの項は信号 i と j のスプリットが等しければ無視することができたが, 右左折交通流が存在し, それがリンク (i, j) の間を流れる主要交通流となっている場合, 仮にスプリットが等しくても Δ は0とならない.

次に, (5.18) 式の位相差 $\phi_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}$ を目標位相差 $D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}$ で置き換える .

$$\sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \left\{ \text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} + \Delta \left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} \right) \right\} = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (5.20)$$

ここで (5.10) 式, (5.11) 式, および (5.12) 式から

$$\text{sign}(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i) \cdot D_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} = \begin{cases} -\frac{\Omega_{l^*} L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}}{v_{\max}}, & q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} = q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} \text{ または } q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow \rho v_{l^*}^i} \text{ の時} \\ +\frac{\Omega_{l^*} L_{(v_{l^*}^i, v_{l^*}^{i-1})}}{v_{\max}}, & q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} = q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}} \text{ または } q_{v_{l^*}^i \leftarrow \rho v_{l^*}^{i-1}} \text{ の時} \end{cases} \quad (5.21)$$

であるので, これを (5.20) 式に代入するとループの周波数が閉合条件を満たすための制約式が以下のように得られる .

$$\frac{\Omega_{l^*}}{v_{\max}} \Lambda_{l^*} + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta \left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} \right) = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (5.22)$$

ただし Λ_{l^*} は以下のように置いた .

$$\Lambda_{l^*} = \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \chi \left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} \right) \cdot L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)} \quad (5.23)$$

上式の χ は符号を決める関数であり，以下の式で与える．

$$\chi\left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max}\right) = \begin{cases} -1, & q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} = q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow v_{l^*}^i} \text{ または } q_{v_{l^*}^{i-1} \leftarrow p v_{l^*}^i} \text{ の時} \\ +1, & q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max} = q_{v_{l^*}^i \leftarrow v_{l^*}^{i-1}} \text{ または } q_{v_{l^*}^i \leftarrow p v_{l^*}^{i-1}} \text{ の時} \end{cases} \quad (5.24)$$

(5.22) 式を Ω_{l^*} に関する形に整理しておく．ループの目標オフセットが閉合条件を満たすためには， Ω_{l^*} が以下の条件を満たせばよい．

$$\Omega_{l^*} = \begin{cases} \frac{v_{\max}}{\Lambda_{l^*}} \left[2m\pi - \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta\left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max}\right) \right], & (\Lambda_{l^*} > 0) \\ \frac{v_{\max}}{-\Lambda_{l^*}} \left[2m\pi + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta\left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max}\right) \right], & (\Lambda_{l^*} < 0) \end{cases} \quad (5.25)$$

ただし $m = 0, 1, 2, \dots$ とする．

Δ および χ の定義が本章と 4 章では異なっているものの，(5.25) 式は，4 章で求めた Ω_{l^*} の解 (4.18) 式と同じ形となっていることに注意されたい．

5.6.2 ループ管理エージェントの周波数ダイナミクス

ループ管理エージェントの反応拡散方程式のポテンシャルは，4 章と同様に決めてやればよい．まず (5.25) 式の Ω_{l^*} の解を谷に持つようなポテンシャル U_0 を作る．

$$U_0(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} -\frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} \cos \left[\frac{\Lambda_{l^*}}{v_{\max}} \Omega_{l^*} + \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta\left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max}\right) \right], & (\Lambda_{l^*} > 0) \\ -\frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} \cos \left[\frac{-\Lambda_{l^*}}{v_{\max}} \Omega_{l^*} - \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} \Delta\left(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i, (v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i), q_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}^{\max}\right) \right], & (\Lambda_{l^*} < 0) \end{cases} \quad (5.26)$$

ただし k_0 は収束の速さを調節するためのパラメータである．また $\Lambda_{l^* \max}$ は，前節 (4.20) 式

$$\Lambda_{l^* \max} = \sum_{i=1}^{|V(l^*)|} L_{(v_{l^*}^{i-1}, v_{l^*}^i)}$$

によって定義したループ l^* の全長である .

4章と同様 , このポテンシャル U_0 を元にして , 以下の2種類のポテンシャル U_1 と U_2 を用意する (4章 Fig.4.10 および Fig.4.11 を参照) .

$$U_1(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^*} - \Omega_{\max}), & (\Omega_{l^*} > \Omega_{\max}) \\ 0, & (\Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max}) \\ \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{\min} - \Omega_{l^*}), & (\Omega_{l^*} < \Omega_{\min}) \end{cases} \quad (5.27)$$

$$U_2(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^*} - \Omega_{l^* \text{top}}) + U_0(\Omega_{l^* \text{top}}), & (\Omega_{l^*} > \Omega_{l^* \text{top}}) \\ U_0(\Omega_{l^*}), & (\Omega_{l^* \text{bottom}} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{l^* \text{top}}) \\ \frac{k_0 v_{\max}}{\Lambda_{l^* \max}} (\Omega_{l^* \text{bottom}} - \Omega_{l^*}) + U_0(\Omega_{l^* \text{bottom}}), & (\Omega_{l^*} < \Omega_{l^* \text{bottom}}) \end{cases} \quad (5.28)$$

上式での $\Omega_{l^* \text{bottom}}$ と $\Omega_{l^* \text{top}}$ は , 以下のように定義する .

$$\Omega_{l^* \text{bottom}} = \max \left[\left(\Omega_{l^* \min} - \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi \right), \Omega_{\min} \right], \quad (5.29)$$

$$\Omega_{l^* \text{top}} = \min \left[\left(\Omega_{l^* \max} + \frac{v_{\max}}{|\Lambda_{l^*}|} \pi \right), \Omega_{\max} \right]. \quad (5.30)$$

ただし $\Omega_{l^* \max}$ と $\Omega_{l^* \min}$ は , 領域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ 内での閉合条件を満たす Ω_{l^*} のうち , それぞれ最大と最小の解である .

反応項の局所ポテンシャル $U(\Omega_{l^*})$ は , オフセット閉合条件を満たすための Ω_{l^*} の解が領域 $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ 内に存在する場合と存在しない場合とで分類し , それぞれのポテンシャルを以下のように与える .

$$U(\Omega_{l^*}) = \begin{cases} U_1(\Omega_{l^*}), & \Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max} \text{ の範囲に閉合条件を満たす解がないとき} \\ U_2(\Omega_{l^*}), & \Omega_{\min} \leq \Omega_{l^*} \leq \Omega_{\max} \text{ の範囲に閉合条件を満たす解があるとき} \end{cases} \quad (5.31)$$

次に , 拡散項の局所ポテンシャルを前節 (4.26) 式と同じに定義する .

$$U_d(\Omega_{l^*}) = \sum_{k^* \sim l^*} k_1 (\Omega_{l^*} - \Omega_{k^*})^2. \quad (5.32)$$

ただし $k^* \sim l^*$ は , ループ k^* がループ l^* に隣接していることを表す . 従って上式はループ l^* に隣接する全てのループに関して和を取っていることを示す . なお k_1 は収束の速さを調節するパラメータである .

(5.31) 式の局所的反応項ポテンシャルと, (5.32) 式の局所的拡散項ポテンシャルを用いて, ループ l^* の周波数 Ω_{l^*} に関する反応拡散方程式を以下のように定める.

$$\frac{d\Omega_{l^*}}{dt} = -\frac{\partial}{\partial\Omega_{l^*}} \left\{ \sum_{l^* \in \tilde{V}^*} U(\Omega_{l^*}) + \sum_{l^* \in \tilde{V}^*} U_d(\Omega_{l^*}) \right\}. \quad (5.33)$$

なお (5.27) 式 ~ (5.33) 式は, 4 章 4.3.3 節の (4.21) 式 ~ (4.27) 式と同一である.

5.6.3 信号の周波数ダイナミクス

4.3.4 節と同様, ループの周波数 Ω_{l^*} をもとに信号の周波数 ω_i を制御する.

(4.28) 式の $\tilde{V}^*(i)$ を用いて信号の周波数ダイナミクスを以下のように定義する.

$$\frac{d\omega_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial\omega_i} \left\{ \sum_{i \in V} \Upsilon(\omega_i) + \sum_{i \in V} \Upsilon_d(\omega_i) \right\} \quad (5.34)$$

$$\Upsilon(\omega_i) = \epsilon_0 \left\{ \omega_i - \frac{1}{|\tilde{V}^*(i)|} \sum_{l^* \in \tilde{V}^*(i)} \Omega_{l^*} \right\}^2, \quad (5.35)$$

$$\Upsilon_d(\omega_i) = \epsilon_1 \sum_{j \sim i} (\omega_i - \omega_j)^2. \quad (5.36)$$

ただし ϵ_0 と ϵ_1 は収束の速さを調節するパラメータである. この信号の周波数ダイナミクスは, 前節 (4.29) 式 ~ (4.31) 式と同一である.

5.7 シミュレーション

5.7.1 確率推移行列による右左折の扱い

自動車は、交差点ごとに定められた確率に従い、その交差点で直進/右折/左折する。

本研究が想定しているのは十字路であり、交差点は4つの流入口と4つの流出口を持つ。これら4つの流入/流出口に、Fig.5.3に示すように北から右回りに1~4の番号を振る。この時、交差点に4つの方向から流入した交通流の右左折確率は、以下に示す4×4の確率推移行列 [東京大学 1992] によって表すことができる (Fig.5.3)。

$$P = \{p_{ij}\} = \Pr(\text{方向 } j \text{ から流出} \mid \text{方向 } i \text{ から流入}) \quad (5.37)$$

推移行列の定義から、

$$\sum_i p_{ij} = 1 \quad (5.38)$$

が一般に成り立つが、この場合このことは交差点で流入量と流出量が必ず同じであることを意味する。また交差点に特殊な制約として、ある方向から流入した自動車は再びその方向へと流出することはできない。従って推移行列 P の対角要素は必ず0 ($p_{ii} = 0, \quad i = 1, \dots, 4$) となる。

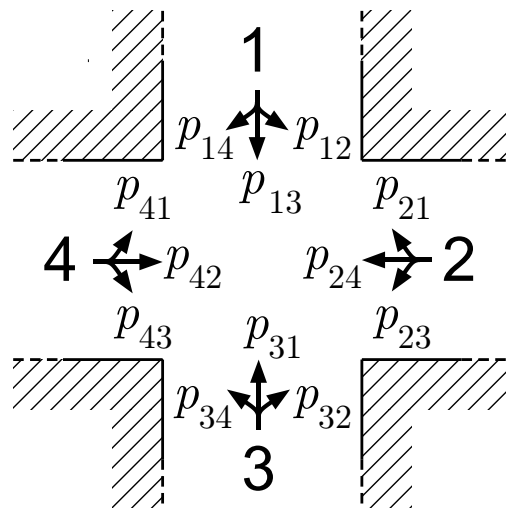


Fig. 5.3: 推移行列 $P = \{p_{ij}\}$.

例えば右左折が発生せず直進流だけの場合，推移行列 P は以下ようになる．

$$P = \begin{array}{c|cccc} \text{From}\backslash\text{To} & \text{北} & \text{東} & \text{南} & \text{西} \\ \hline \text{北} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{東} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \text{南} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{西} & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad (5.39)$$

5.7.2 シミュレーション環境と交通状況

想定した道路網は，4.4 節で用いたもの (Fig.4.19) と同じである．各交差点での右左折確率の推移行列は，全ての信号で

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.05 & 0 & 0.05 & 0.9 \\ 0.9 & 0.05 & 0 & 0.05 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

とした．つまり各方向から流入した交通流は，5%が右折，5%が左折し，残りの90%がそのまま直進する．

その他シミュレーションに用いたパラメータを Table 5.1 に示す．

Table 5.1: サイクル長制御シミュレーションに用いたパラメータ．

α	0.002	ϵ_0	0.002
β	0.002	ϵ_1	0.1
γ	$\bar{\omega}_{(i,j)}/8.0$	Ω_{\max}	$2\pi/45$ (rad/s)
k_0	0.0002	Ω_{\min}	$2\pi/240$ (rad/s)
k_1	0.15		

5.7.3 結果と考察

環境に与えた交通状況を Fig.5.4 に示す．ただし Fig.5.4 で“LL”は車両到着頻度 $0.431(1/s)$ ，“M”は $0.172(1/s)$ ，“S”は $0.069(1/s)$ をそれぞれ表す．

シミュレーションの途中で信号の推移行列を変更して交通状況を変化させる． $t \geq 4000(s)$ において，1 箇所の信号 (Fig.5.4 の点線丸印で囲った信号) の推移行列を，(5.40) 式に代

わって

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.05 & 0 & 0.05 & 0.9 \\ 0.9 & 0.05 & 0 & 0.05 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \tag{5.41}$$

と変更した．この信号では，西から入ってきた交通流は直進せず，50%は右折し，残り50%は左折するようになる．このため，それまでは西から東へと直進していた“LL”の交通流が，それぞれ南と北へ向かう2つの交通流に分かれる．この交通状況の変化により，システムにとって望ましい周波数の値も変化する．

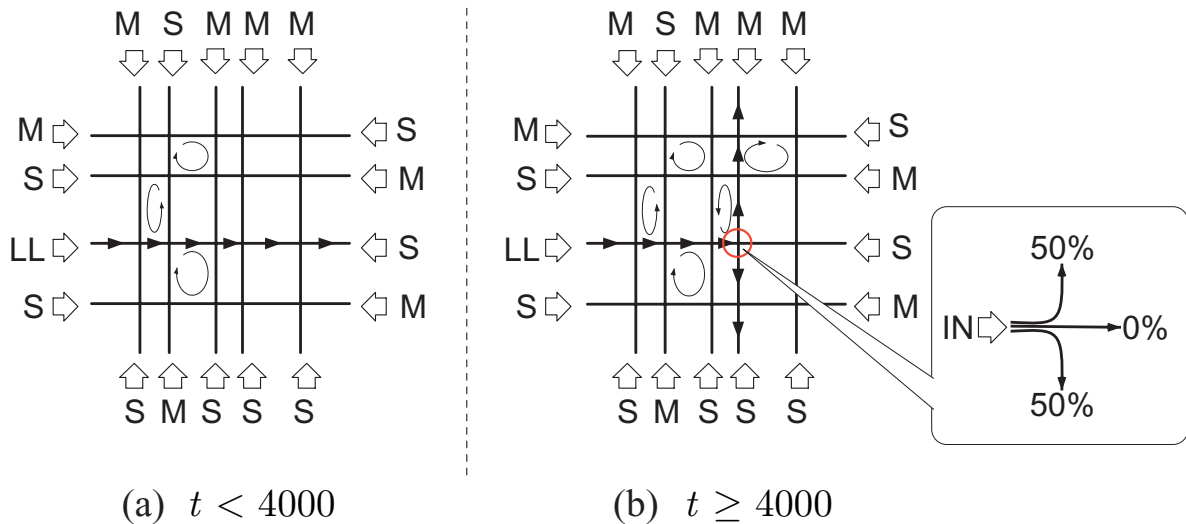


Fig. 5.4: 与えた交通状況．ただし“LL”は車両到着頻度 $0.431(1/s)$ ，“M”は $0.172(1/s)$ ，“S”は $0.069(1/s)$ をそれぞれ表す．リンク上の矢印は“LL”の交通流の流れ方を示す．ループ内の渦巻き矢印は，4章 Fig.4.20 と同様，そのループ上での主要交通流が明確な渦を形成することを表す．(a) $0 \geq t < 4000(s)$ の交通状況．“LL”の交通流は西から東へと流れる．(b) $t \geq 4000(s)$ の交通状況．流入交通量は変化しないが，1箇所の交差点（赤い印で囲った交差点）で推移行列が変化する．これに伴い，“LL”の交通流の流れ方が変化する．

この交通状況で提案手法によって信号網制御を行った．比較のため，

- 周波数は $\omega = 2\pi/120$ (rad/s) に固定し，オフセットとスプリットだけを制御するもの
- 周波数は $\omega = 2\pi/120$ (rad/s)，位相差（オフセット）は $\phi = 0$ (rad) にそれぞれ固定し，スプリットのみ制御するもの

についても同一条件下でシミュレーションを行った．それぞれの方法で制御した場合にシミュレーション環境に存在する自動車台数の時間変化を Fig.5.5 上図に示す．自動車存在台

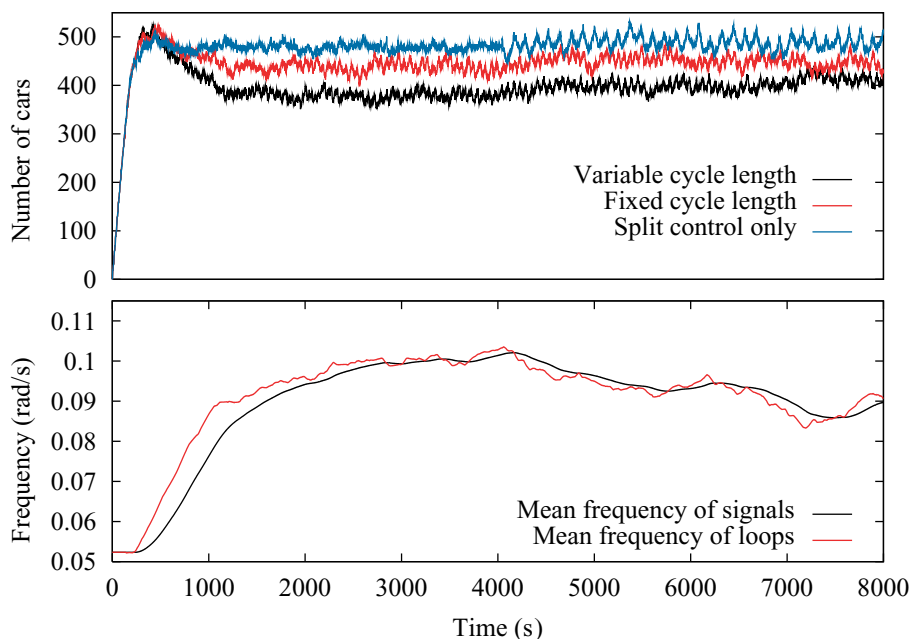


Fig. 5.5: シミュレーション結果．上：各時刻にシミュレーション環境上に存在する自動車の総台数．提案手法に従って周波数/スプリット/オフセットを制御する場合，周波数を固定値としてスプリット/オフセットの2つを制御する場合，3つのパラメータのうちスプリットのみを制御する場合，および自動車存在台数の下限値を示す．下：提案手法における2種類の周波数（ループ管理エージェントの周波数 Ω_l^* および信号の周波数 ω_i ）の平均値の時間変化．

数が最も少ないのは提案手法により3つのパラメータ全てを制御する場合で，逆に最も存在台数が増えるのはスプリットのみを制御する場合である．

それぞれの手法で制御した場合の自動車台数の時間平均と，自動車台数の下限値を Table 5.7.3 に示す．本章では右左折が確率的に発生するため，自動車台数の下限値を解析的に求めるのは難しい．そこで道路が常に青信号だとみなしてシミュレーションを行うことで下限値を求めた．この下限値を必要コストとみなし，必要コストを除外した“余分な”自動車存在台数を各制御手法で比較すると，スプリットだけを制御した場合に比べ，オフセットも制御することで約17~20%効率が改善された．またスプリット・オフセット・サイクル長の3つを全て制御する場合，スプリットだけの場合に比べて約45%効率が改善された．提案手法では高い交通効率が実現されていることがわかる．

Fig.5.5 下図は，提案手法における2種類の周波数（ループ管理エージェントの周波数 Ω_l^* と信号の周波数 ω_i ）それぞれのシステム全体での平均値の時間変化を示す．Fig.5.5 下図を見ると， Ω_l^* （ループ管理エージェントの周波数）の平均値には不規則な変動が見られる．

Table 5.2: 各手法で制御した場合の自動車存在台数の時間平均

	Number of cars		(Number of cars) – (Minimum)	
	0 ~ 4000 (s)	4000 ~ 8000 (s)	0 ~ 4000 (s)	4000 ~ 8000 (s)
Minimum	270	280	0	0
Variable omega	379	389	109	109
Fixed omega	436	450	166	170
Split control only	466	488	196	208

これは4章の結果 (Fig.4.22) では見られなかった現象である。このような変動が起こる理由は、

1. 交通流の確率的な右左折に伴い、4種類の流れ (Fig.5.2 参照) の流量比が揺らぎ、
2. それにより (5.13) 式のスプリットの値が変動し、
3. このスプリットの変動が (5.19) 式の Δ の値を変動させ、
4. 結果として (5.31) 式のポテンシャル U が絶えず形状変化する

ためだと考えられる。

ここで (5.40) 式の各交差点の確率推移行列を

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

に置き換え、Fig.5.4 の印をつけた交差点以外では右左折が発生しない環境を想定してシミュレーションを行った。結果を Fig.5.6 および Table 5.7.3 に示す。Fig.5.6 を見ると、右左折が起こる $t > 4000$ (s) ではループの周波数 Ω_{l^*} にわずかな変動が発生していることがわかる。

ただし、(5.35) 式のパラメータ ϵ_0 を十分に小さくし、相対的にパラメータ ϵ_1 を大きくすることにより、信号の周波数 ω_i は、周波数 Ω_{l^*} の不規則な変動の影響をあまり受けず、 ω_i の変化は滑らかに保たれている。

Fig.5.5 と同じ条件で、各信号の位相の初期値だけを変えた場合のシミュレーション例を Fig.5.7 および Fig.5.8 に示す。これらの図をみると、周波数の時間発展は同一シミュレーション環境でも初期値に依存して変わることがわかる。これは本論文のサイクル長制御手法が多数の極小値を持つポテンシャルを用いているためである。

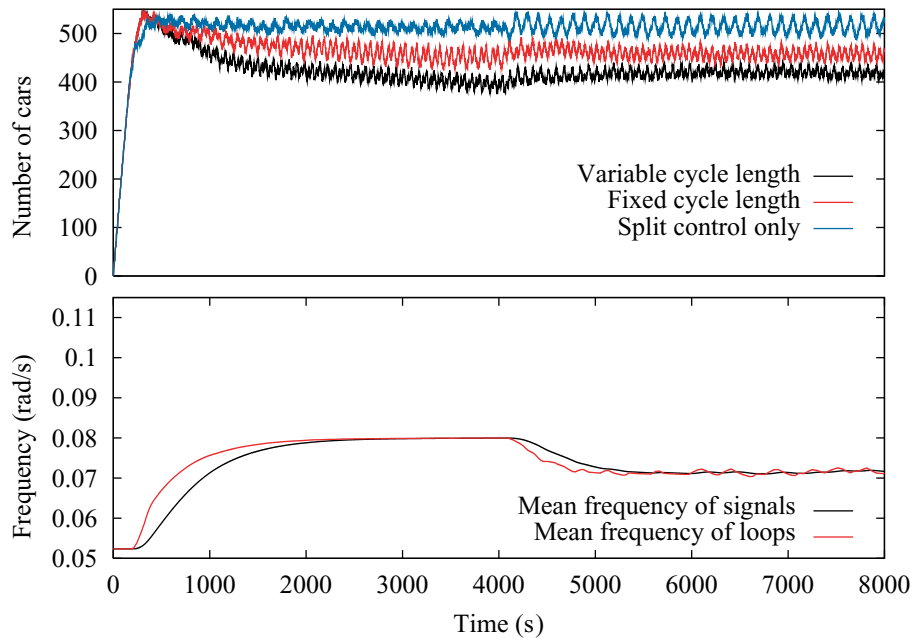


Fig. 5.6: Fig.5.5 と同一環境のシミュレーション結果．ただし 1 つの信号を除き右左折確率は 0 とした．

Table 5.3: Fig.5.6 の自動車存在台数の時間平均

	Number of cars		(Number of cars) – (Minimum)	
	0 ~ 4000 (s)	4000 ~ 8000 (s)	0 ~ 4000 (s)	4000 ~ 8000 (s)
Minimum	272	282	0	0
Variable omega	425	417	153	135
Fixed omega	463	460	191	178
Split control only	500	515	228	232

ただし Fig.5.5 , Fig.5.7 および Fig.5.8 それぞれのグラフを見比べると，周波数の時間発展は異なるものの，自動車台数の時間発展に関しては挙動に大きな相違は見られない．従って，周波数の挙動の違いは交通効率に大きく影響するほどの差ではなく，提案手法は周波数の初期値に関わらずある程度の制御効果を挙げることができる．

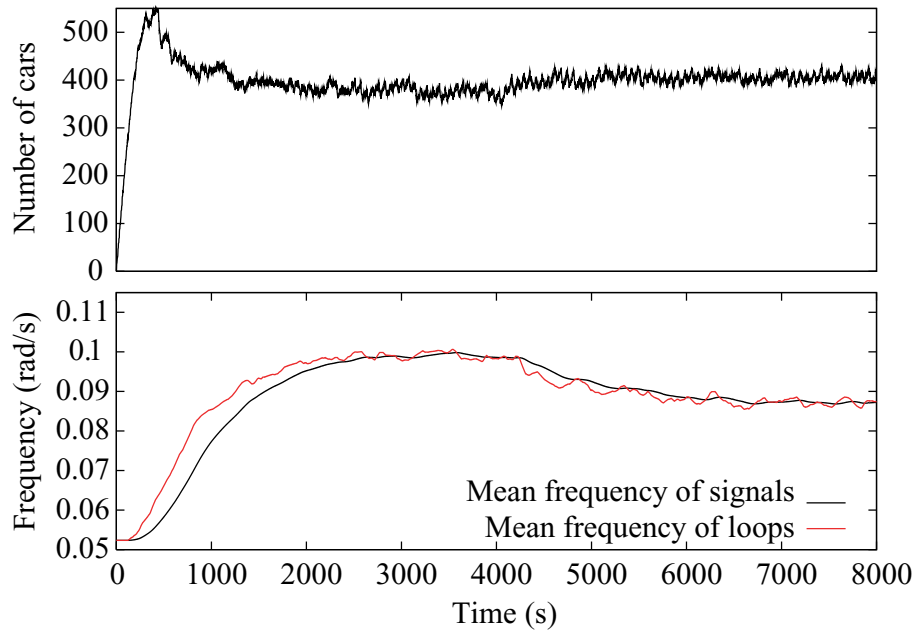


Fig. 5.7: Fig.5.5 と同一環境で信号の位相の初期値だけを変えた場合の実行例 (1).

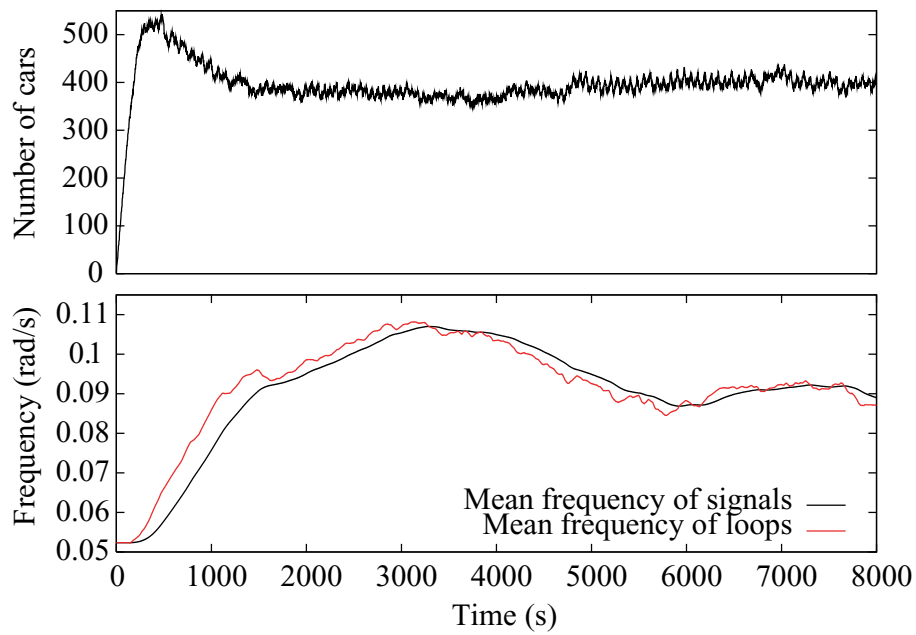


Fig. 5.8: Fig.5.5 と同一環境で信号の位相の初期値だけを変えた場合の実行例 (2).

5.8 おわりに

本章では右左折交通流を取り入れてモデルの拡張を行った。

まず 5.2 節では、本章における仮定として右左折流を扱うことを述べ、信号の現示方式を変更した。

5.3 節では、オフセット制御において直進交通流と右左折流とを区別して扱うべきことを述べ、実際に交通流の分類を行った。また以降の数式展開で用いる変数の定義を行った。

5.4 節では、西川・喜多らの着想に基づき、5.3 節における交通流の分類結果を用いてオフセットの制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張した。

5.5 節では、スプリットの制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張した。

同じく 5.6 節では、サイクル長の制御法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張した。

なお、以上のオフセット、スプリット、サイクル長いずれの制御についても、5.3 節において交通流を適切に分類した結果として、4 章のモデルと本質的に同じ形で扱うことができた。

5.7 節では、右左折のある環境のシミュレーションを行い、手法の有効性を検証した。各自動車は確率的に右左折する。シミュレーションの途中で右左折確率を変更して、交通状況を変化させたところ、提案手法はシステムのサイクル長を変化させ、高い効率を維持することができた。

6 章では提案手法を実環境へと適用する。

第 6 章

実環境への適用

6.1	はじめに	130
6.2	実環境データ	131
6.2.1	データ測定地域	131
6.2.2	交通量データ	131
6.3	シミュレーション	136
6.3.1	シミュレーションの準備	136
6.3.2	シミュレーション結果	140
6.4	おわりに	142

6.1 はじめに

本章では、実環境を想定したシミュレーションを行い、5章までに確立した本手法の有効性を検証する。

6.2節では、交通流量データの測定地域やデータ形式などを説明する。

6.3節では、シミュレーションを行う前に必要となる処理や仮定をまず説明し、その後シミュレーションを行う。

6.4節で本章を総括する。

6.2 実環境データ

ここでは、警視庁交通管制課よりご提供いただいた実環境の交通量データについて説明する。

6.2.1 データ測定地域

交通量データの測定地域は、東京駅八重洲中央口付近の道路網である (Fig.6.1)。縦横にそれぞれ 3 本の大きな道路が走り、9 つの大きな交差点から成る。なおその他の小さな交差点はシミュレーションでは扱わない。

各交差点間の距離や各道路の車線数を Fig.6.2 に示す。また今後の便利のため、9 個の交差点信号と、それらの間の各方向へのリンク (24 本) には Fig.6.2 のように番号をつけた (ここでの“リンク”とは、2 つの交差点間の各片側車線を指す。従ってリンク (1) は信号 A→B の車線を、またリンク (2) は B→A の車線をそれぞれ表す。これは信号網のグラフ表現における“リンク”の定義とは異なる。グラフ表現では、隣接する交差点の双方向の道路を 1 本のリンクで表している)。

6.2.2 交通量データ

交通量データは、2002 年 7 月 17 日午前 0 時から 7 月 18 日 11 時 45 分までの約 36 時間に Fig.6.2 上の各リンクにおいて、15 分刻みでリンク上を流れた交通量 (自動車通過台数) を測定したものである。

データの 1 例として、Fig.6.2 のリンク (1) における測定交通量を Fig.6.3 に示す。Fig.6.3 を見ると、おおよそ朝の 6 時頃から交通量が増加し、朝 9 時から夕方 6 時頃までは高い値で安定し、そして夕方 6 時頃から再び減少する傾向がわかる。これは全てのリンクで見られる傾向である。なお、全く異なるリンク同士 (例えばリンク (1) とリンク (22)) の流量の相関を求めたところ、いずれも 0.9 以上の結果が得られた。また Fig.6.2 からわかる傾向として、交通量データは数時間単位の増減の傾向の他に、15 分単位 (これは測定結果を集計する単位である) での細かいノイズが乗っている。また多くのリンクでは深夜から早朝にかけて主要フロー方向の反転が見られる。1 例を Fig.6.4 に示す。Fig.6.4 では、早朝早朝午前 0 時～午前 5 時頃の時間帯ではリンク 17 の方が流量が多く、それ以外の時間帯ではリンク 18 の方が流量が多いことがわかる。

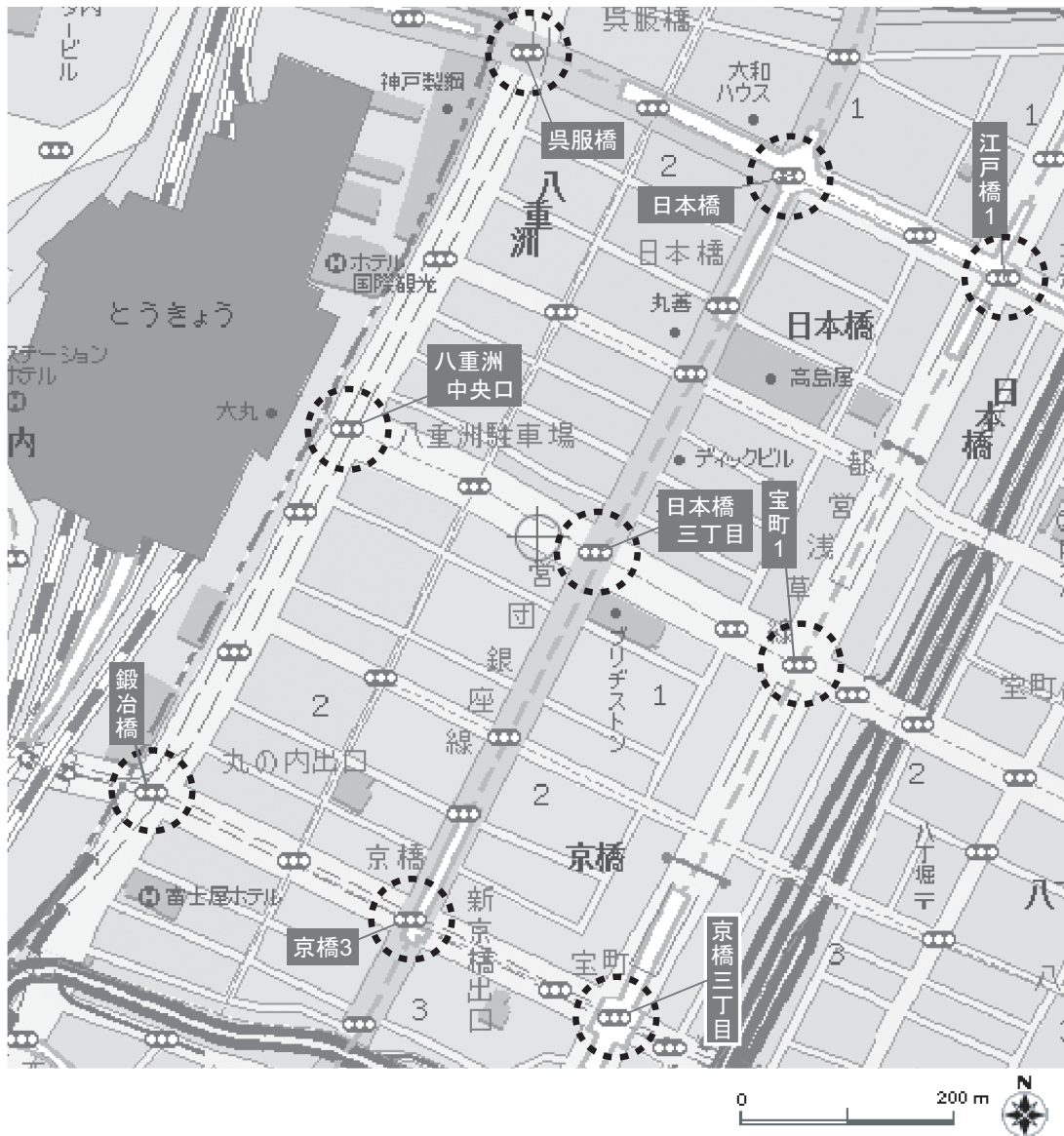


Fig. 6.1: 実環境の地図 (東京駅八重洲中央口付近). 縦横3本ずつの大きな道路と、9個の大きな交差点 (図中点線丸印) から成る. 各交差点の名称を記す.

このデータを扱う際に注意すべき点として以下のようなことが挙げられる.

- リンク上の車両感知器の場所が不明 流量データを測定する車両感知器がリンク上のどこに設置されているのか明らかではない.
- 流量データのリンク欠落 上記項目と関連するが、一部のリンクのデータは他のリンク (そのリンクの上流または下流に位置するリンク) と完全に一致している. このことはいずれか一方のリンクにのみ感知器があり、もう一方はそのデータを用いている

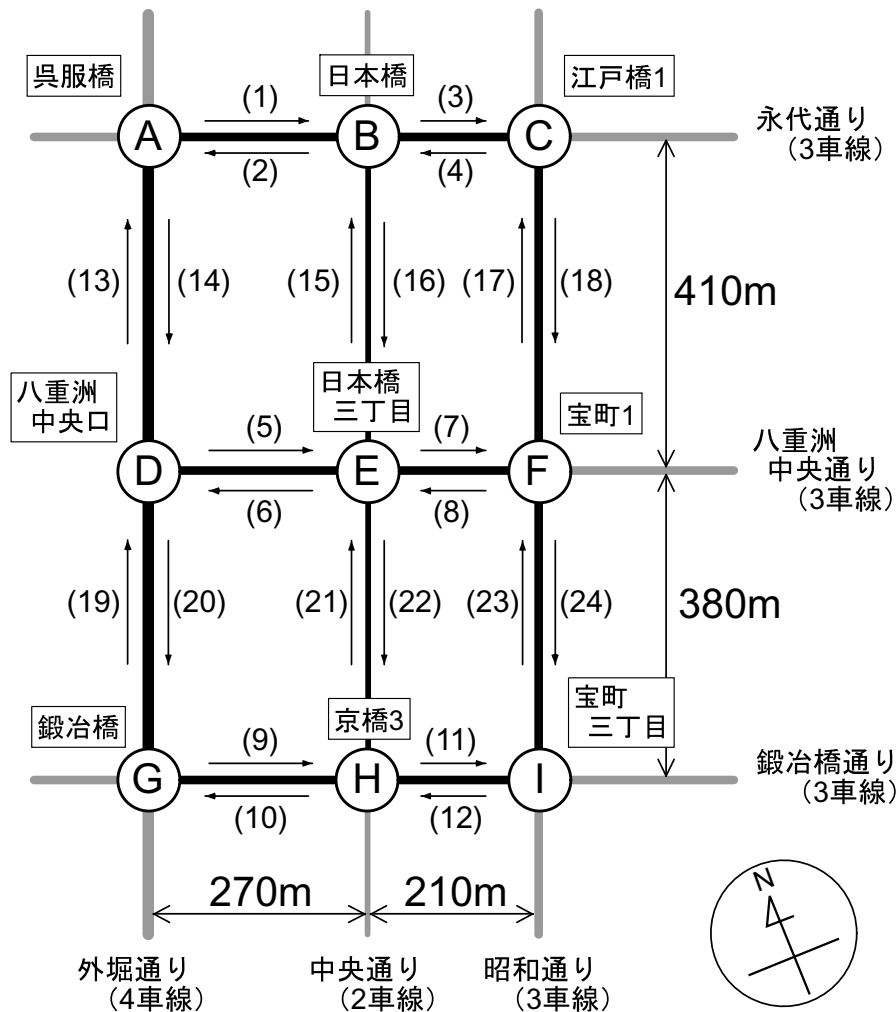


Fig. 6.2: 環境の模式図．各道路の名称と車線数（片側車線の数），9つの信号の各名称とその番号付け（A~I），およびリンクの番号付け（(1)~(24)）を示す．

ことを示している．具体的には，リンク(5)と(7)，リンク(6)と(8)，リンク(14)と(20)が互いにデータを共有している．

- 流量データの時間的欠落 前述のように，交通量は15分ごとに通過台数を集計したものであるが，時間によってデータの欠落がある．これは感知器が通過台数を測定できなかった場合に起こり，路上駐車車両の存在や道路工事などがその原因である．測定不能の場合，その直前の測定データを流用する．例えば Fig.6.3 では，測定開始からの経過時間が3時間30分~6時間（7月17日午前3時30分~6時に対応）の測定交通量は74台で一定である．これは3時間45分から6時間までの間が測定不能であったことを示している．

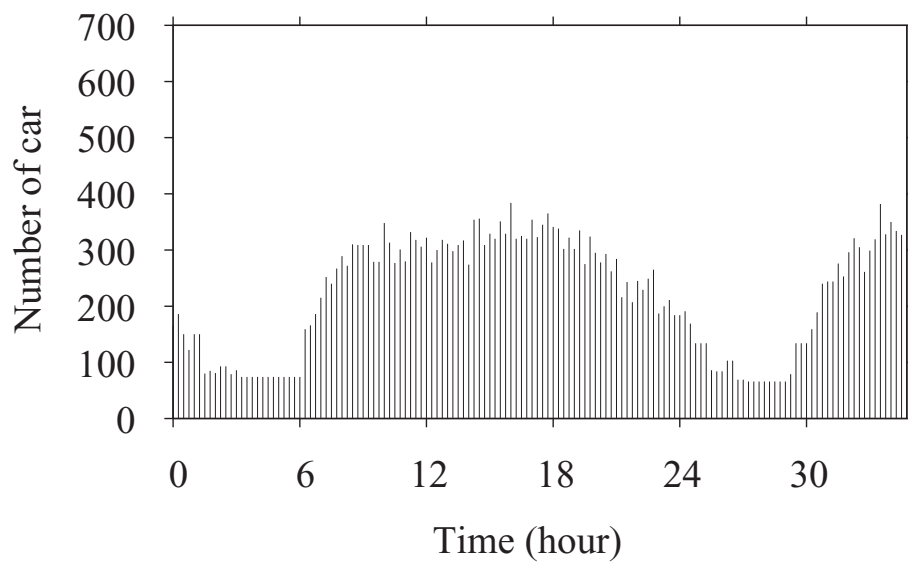


Fig. 6.3: リンクの流量データの 1 例 . Fig.6.2 のリンク (1) における測定値 . 15 分間に通過した自動車の台数を示す . 横軸は測定開始時刻 (7 月 17 日午前 0 時) からの経過時間を表す .

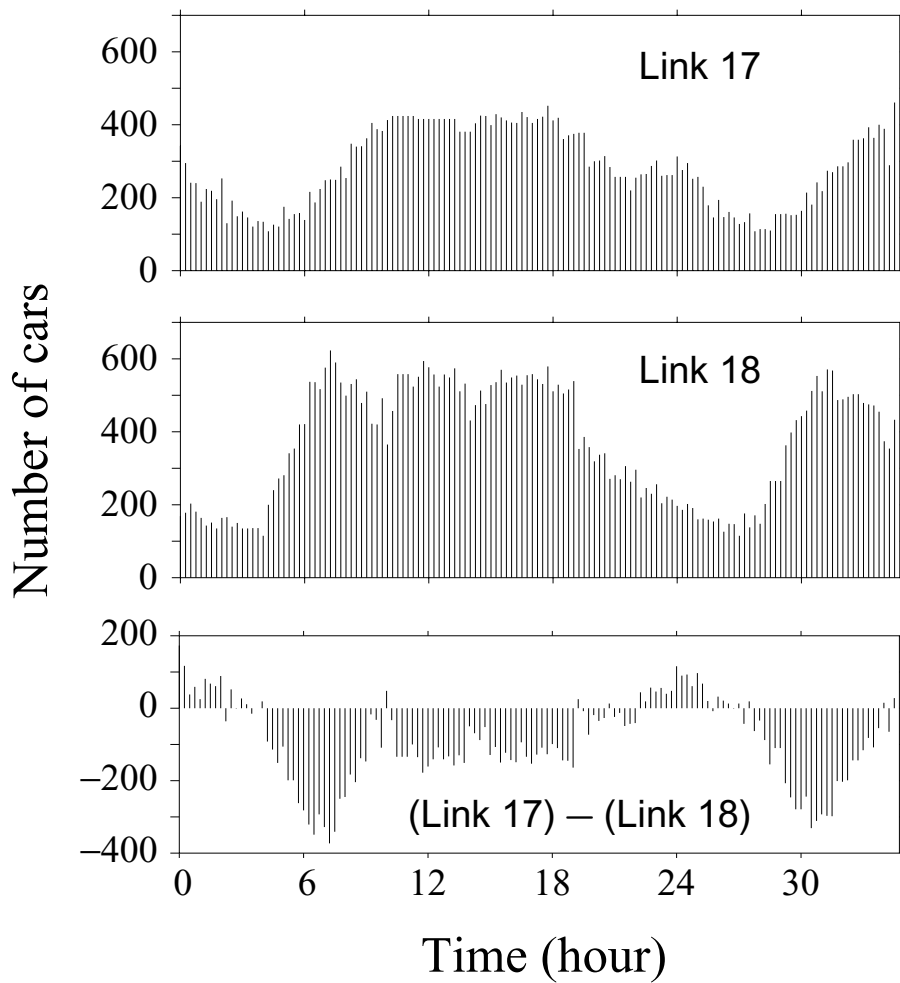


Fig. 6.4: 同一路路上の順方向と逆方向の交通量の関係．ここではリンク 17 とリンク 18 (Fig.6.2 参照) の例を示す．上：リンク 17 の交通量．中：リンク 18 の交通量．大まかな増減傾向はリンク 17 と似ている．下：リンク 17 の交通量からリンク 18 の交通量を引いたもの．早朝午前 0 時～午前 4 時頃ではリンク 17 の方が交通量が多く，それ以外の時間帯ではリンク 18 の方が交通量が多い傾向がわかる．

6.3 シミュレーション

6.3.1 シミュレーションの準備

前節で説明した実環境データを元にシミュレーションを行い、提案手法の有効性を検証したい。ただし実環境データには不足している情報があり、このままではシミュレーションを行えない。

5章で用いたシミュレータを動かすために必要な入力は以下の通りである。

- 各交差点での右左折確率（5.7.1 節参照）
- シミュレーション環境（道路網）の外部（もしくは“境界”）から流入する自動車の到着頻度または到着間隔（Fig.5.4 参照）

実環境データではリンクのある点を通じた自動車台数しかわからないため、右左折確率は求められない。また環境内部での実測交通量データは判明しているものの、環境の外部から流入する自動車の台数はわからない。これらの情報を補わなければならない。また、これ以外に対処すべき問題として道路の車線数の問題がある。

以下ではこれら3つの問題（右左折確率、環境の外部から流入する自動車の数、車線数の問題）について対処法を記し、シミュレーションを行う準備を整える。

6.3.1.1 右左折確率

既に述べたように、実環境データからではどの程度の確率で右左折が発生しているのかわからない。これは実際の環境に配置されている車両感知器の数が少ないためである。これらについては2章で述べた通りである。

そこで推移確率は以下のように決めた。まず各信号の推移確率を基本的には

$$P = \begin{matrix} & \text{From} \backslash \text{To} & \text{北} & \text{東} & \text{南} & \text{西} \\ \text{北} & \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.05 & 0 & 0.05 & 0.9 \\ 0.9 & 0.05 & 0 & 0.05 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 & 0 \end{array} \right) & & & & \\ \text{東} & & & & & & \\ \text{南} & & & & & & \\ \text{西} & & & & & & \end{matrix} \quad (6.1)$$

と与えた（すなわち、各方向から交差点に流入した交通流は5%が左折、5%が右折し、残りの90%が直進する）。流量データから右左折が多いと推測された交差点については、データ

を参考におおよその右左折確率を決めた．これらを Fig.6.5 に示す．

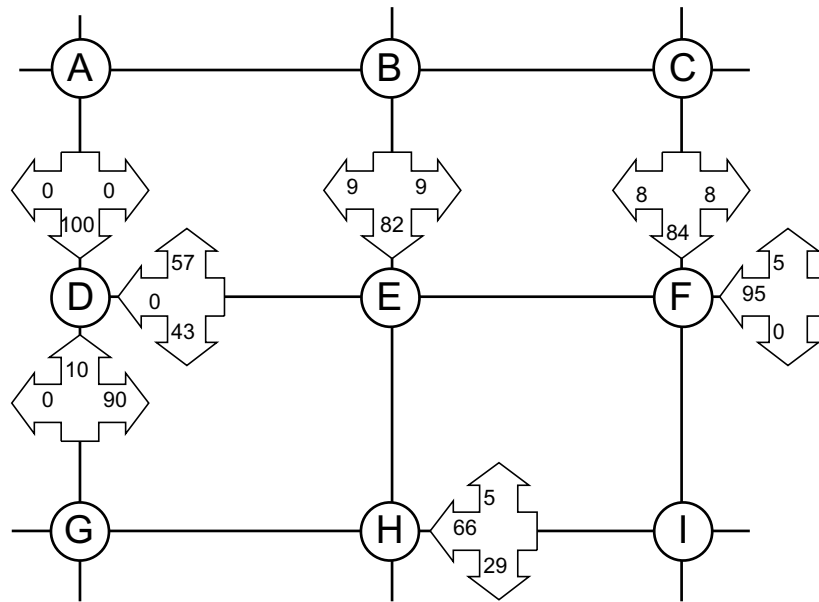


Fig. 6.5: 各交差点での推移確率（単位は%）. 各交差点の流入部で確率を明記していないものは，直進:90%，左折:5%，右折:5%と設定している．

6.3.1.2 環境に流入する交通量データ

シミュレーションでは想定する道路網の周辺（外部）から車両を投入する（例えば 5 章 Fig.5.4 参照）のに対して，実環境の流量データは道路網の内部しかデータが存在しない（Fig.6.6）．そこで，データが必要なリンクの下流に当たるリンクの実データを代用した（Fig.6.6）．例えば Fig.6.6 の信号 B へ北から流入する交通量のデータは，そのリンクの下流に当たるリンク (16)（Fig.6.2 参照）の測定データによって代用している．

6.3.1.3 車線数の問題

Fig.6.2 に示すように，実環境は片側 2 車線から 4 車線の道路から成る．本研究では，片側 1 車線の 2 車線道路を仮定しており，多車線には対応していない．これは本研究で交通流モデルとして用いた追従モデルでは，車線変更の挙動をモデルに取り入れるのが難しく，多車線を扱いにくいことによる．しかし単純に全ての道路を片側 1 車線に単純化してしまうと，1 車線の限界流量を実際の流量データが上回っているため，もはや流量データを用いることができない．

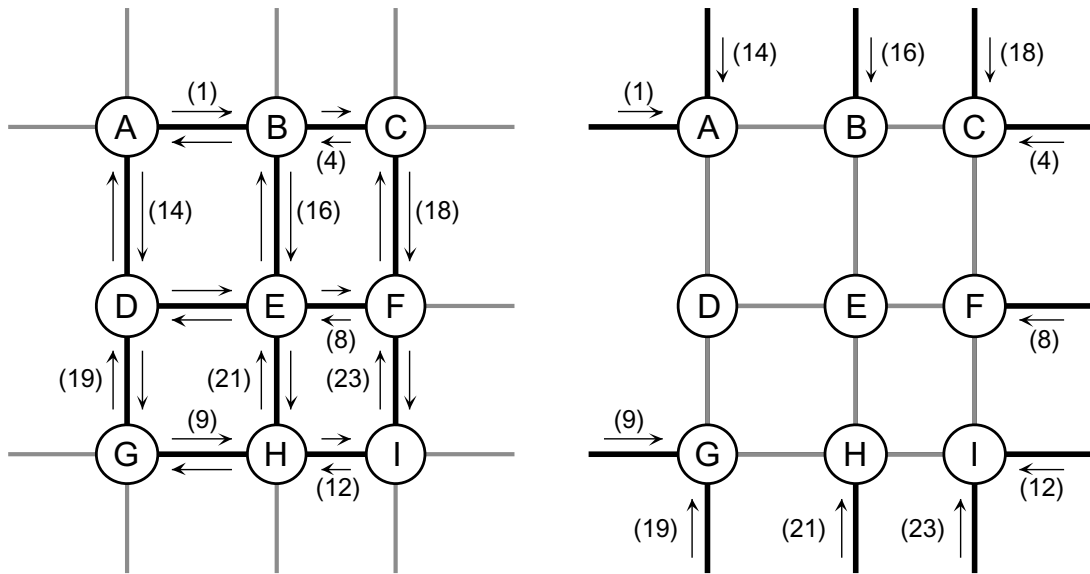


Fig. 6.6: 実環境データとシミュレーションに必要なデータの関係．データが得られている / 必要なリンクを黒い線に細い矢印線を添えて表し，得られていない / 必要でないデータを灰色の線で表す．左：実環境データ． 3×3 の道路網内部の流量データが得られており，道路網の周辺のデータは得られていない．右：シミュレーションに必要なデータ． 3×3 の道路網の内部のデータは必要とせず，外部から流入する交通量が必要．なお左右の図の数字は，シミュレーションにおいて用いたリンク流量データが，実環境のどのリンクで測定されたデータであるのかの対応関係を示す．リンクの番号は Fig.6.2 と同じである．

そこで本研究では，折衷案として追従モデルのパラメータを変更することで多車線に対応した．

3.6.1 節で用いた交通流モデル (Fig.3.7 参照) では，各車は自己の速度 v_i が適切な速度 \tilde{v}_i となるよう，以下のように調整する ((3.28) 式) ．

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} a^+ & (v_i < \tilde{v}_i) \\ 0 & (v_i = \tilde{v}_i) \\ -a^- & (v_i > \tilde{v}_i) \end{cases} \quad (6.2)$$

ただし a^+ , a^- はそれぞれ車の加速度と減速度をあらわす定数である．上式の目標速度 \tilde{v}_i は，前の車との車間距離 $d_i = x_{i-1} - x_i - l_{\text{car}}$ に依存する．ただし l_{car} は自動車の長さ (共通の定数) である，車間距離 d_i と目標速度 \tilde{v}_i の関係は，

$$\tilde{v}_i = \tilde{v}(d_i) = \begin{cases} v_{\text{max}} & (d_i > \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \\ \sqrt{2d_i a^-} & (d_i \leq \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \end{cases} \quad (6.3)$$

とした ((3.29) 式) ．ただし v_{max} は自動車の制限最高速度である．

道路が 1 本ではなく n 本の車線を持つ場合，その道路の限界容量（最大の交通量）は 1 車線の場合のおおよそ n 倍になると考えられる．また道路の限界密度も同じくほぼ n 倍になると考えられる．これらの条件を満たすよう， n 車線道路におけるパラメータ（加速度 a^+ ，減速度 a^- ，自動車の長さ l_{car} ）を決めることにする．

密度 $k := \frac{1}{d_i + l_{\text{car}}}$ が最大値を取るのは $d_i = 0$ の時で，その時 $k_{\text{max}} = \frac{1}{l_{\text{car}}}$ であり，また交通量 $q := k \cdot v$ の最大値を求めると，限界容量は $q_{\text{max}} := \sqrt{a^- / 2l_{\text{car}}}$ となる．いま n 車線の道路で用いるパラメータには“ $\hat{\quad}$ ”をつけて表す．上述の限界容量と限界密度の条件は以下の式のようになる．

$$\sqrt{\frac{\hat{a}^-}{2\hat{l}_{\text{car}}}} = n \cdot \sqrt{\frac{a^-}{2l_{\text{car}}}} \quad (\text{限界容量}) \tag{6.4}$$

$$\frac{1}{\hat{l}_{\text{car}}} = n \cdot \frac{1}{l_{\text{car}}} \quad (\text{限界密度}) \tag{6.5}$$

これらを解くと，

$$\hat{l}_{\text{car}} = \frac{l_{\text{car}}}{n} \tag{6.6}$$

$$\hat{a}^- = n \cdot a^- \tag{6.7}$$

つまり自動車の長さ l_{car} を $\frac{1}{n}$ 倍し，減速度を n 倍すれば，1 本の車線で n 車線と同じ限界容量・限界密度が得られる．

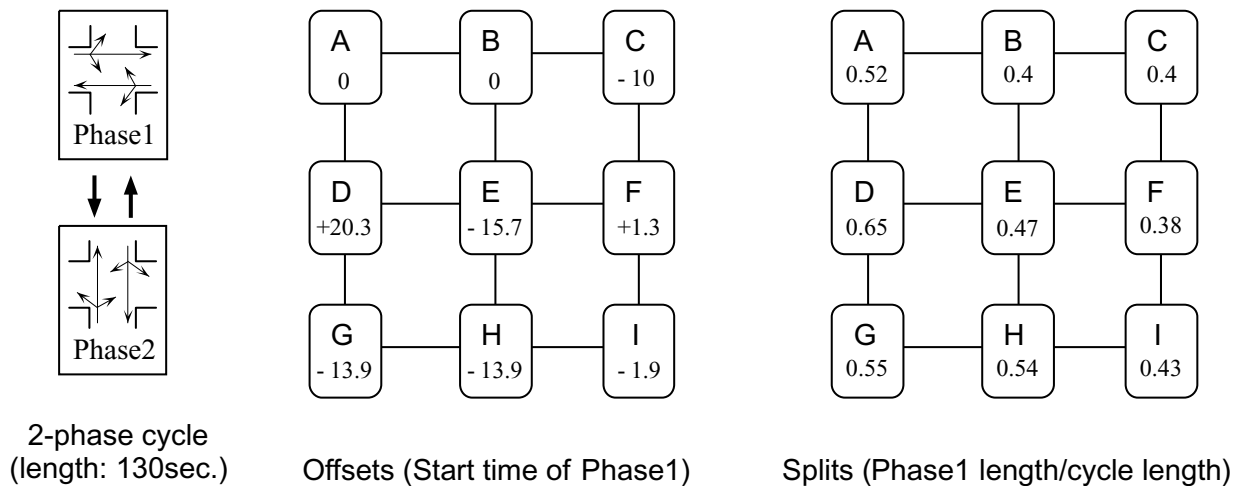


Fig. 6.7: 実環境を基にして得られた 2 現示方式の信号パターン．左：現示方式．サイクル長は 130 秒．中：オフセット．各信号の Phase1 の開始時刻．信号 A を 0 として表す．値が負の場合，信号 A より先に Phase1 が開始されることを示す．右：スプリット．Phase1 の青時間のサイクル長に占める割合．

6.3.2 シミュレーション結果

前節で用意した交通流データを用いてシミュレーションを行った。シミュレーション環境は Fig.6.2 に示すリンク長を持つ。ただし、シミュレーション環境の周辺にそれぞれ長さ 200(m) のリンクを追加している (Fig.6.6 右図参照。) 比較のため、実際の信号動作 (4 現示方式) を簡略化して作った信号動作パターン (2 現示方式でパラメータは固定、詳細は Fig.6.7 を参照) を用いて同一交通状況下でシミュレーションを行った。シミュレーションに用いたパラメータは 5 章の Table 5.1 と同じである。

結果を Fig.6.8 に示す。Fig.6.8 上図は時刻 t にシミュレーション環境上に存在する自動車の総台数を、固定方式と提案手法とで比較したものであり、総台数が少ないほど自動車が効率良く環境を走り抜けていることを示す。また Fig.6.8 上図には、また全ての信号を青とみなし、自動車が各道路を一度も停止せずに走り抜ける場合のシミュレーション結果も示す。これが自動車存在台数の下限値であり、どのような制御手法を用いても自動車台数がこれより少なくなることはない。

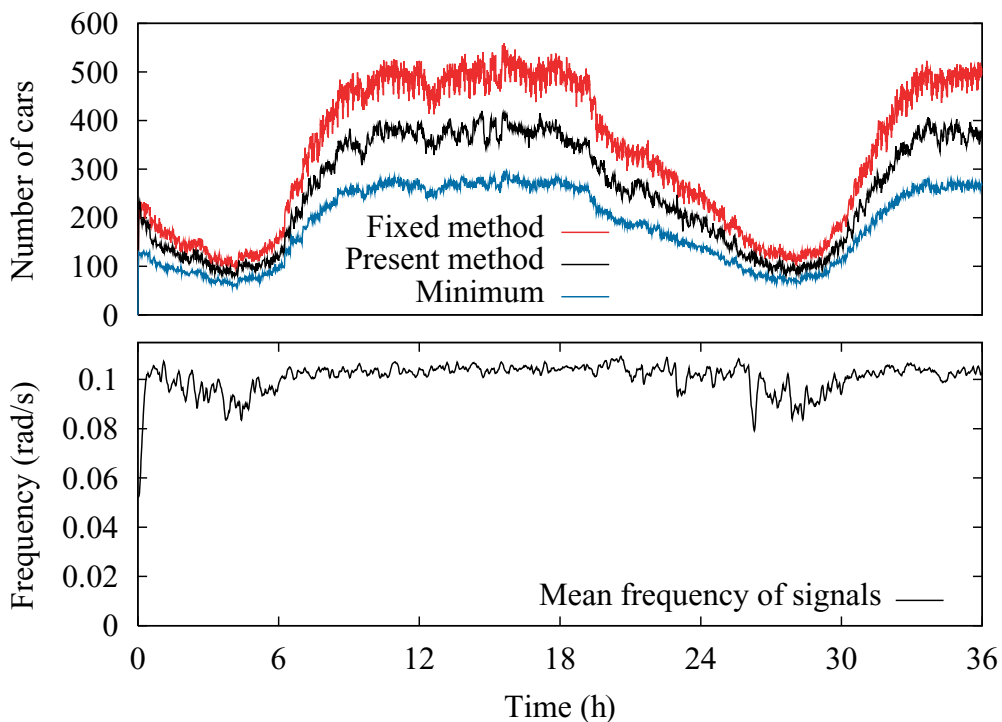


Fig. 6.8: シミュレーション結果。上：各時刻 t にシミュレーション環境上に存在する自動車の総台数を、固定方式と提案手法で比較したもの (横軸は経過時間)。同時に、与えられた流入交通量に対する自動車存在台数の下限値を示す。下：提案手法における 9 つの信号の周波数平均値の時間変化。

Fig.6.8 上図を見ると，全時間において提案手法が固定式よりも自動車の存在台数が少なくなっていることがわかる．全時間における自動車存在台数の平均値を求めたところ，固定方式では 328 台，提案手法では 254 台であり，約 22% 効率が改善されている．またシミュレーションによって求めた自動車存在台数の下限値は 184 台であった．この下限値を必要コストとみなし，これ以外の余分な自動車台数で評価すると，固定方式の 144 台に対して提案手法は 70 台であり，およそ 51% 効率が改善されていることがわかる．

なおこれ以外にも比較対象として，

- サイクル長は 130 秒（周波数 $2\pi/130$ (rad/s)）に固定し，3 章で提案した手法によりオフセットとスプリットを制御する場合
- 4 章で提案した手法を用いるが，3 つのパラメータのうちサイクル長は 130 秒（周波数 $2\pi/130$ (rad/s)）に固定し，オフセットとスプリットだけを制御する場合

の 2 種類の制御手法を用いて同一のシミュレーションを行ったが，自動車台数の時間変化はいずれの制御手法を用いても固定方式の場合とほぼ一致した．自動車台数の全時間平均は，3 章の方法による場合が 316 台，4 章の方法による場合が 310 台であり，いずれも固定方式の 328 台と差がない．つまりこの環境では，オフセットとスプリットを制御するだけでは効果は上がらないことがわかる．そしてこのことから，本論文が提案するサイクル長（周波数）制御手法が有効に機能していることがわかる．

Fig.6.8 下図は，各時刻における信号の周波数の平均値を示す．実際の交通データは細かい変動を含むことは既に述べたが，この変動にもかかわらず，周波数はほぼ 0.1 (rad/s)（つまりサイクル長はほぼ 62.8 秒）で安定している．

シミュレーション開始時～6 時間経過時，および，24 時間経過～30 時間経過時に周波数が 0.9 (rad/s) 程度まで低下する現象が見られる．これは主要フロー方向の反転によるものである．ちょうど深夜から早朝にかけて多くのリンクで主要フロー方向の反転が起こることは既に述べた．主要フロー方向が反転するため閉合条件の解が変わり，システムの周波数が変化している．

6.4 おわりに

本章では、実環境で測定した交通流量のデータを用いてシミュレーションを行った。

6.2 章では、交通流量データの測定地域やデータ形式などを説明した。

6.3 章では、まず流量データを用いるために必要となる処理や仮定を説明し、その後データを用いてシミュレーションを行った。その際、実際の信号の動作パターンを単純化した固定方式の制御法を用いて同一のシミュレーションを行い、提案手法と結果を比較した。

実際の流量データには細かな変動を伴うが、このような交通状況において、提案手法は安定な挙動を示した。また提案手法は、交通量の増減に追従し、高い交通効率を達成した。これにより提案手法の有効性が示された。

第7章

結論

7.1	結論	144
7.2	今後の展望	148

7.1 結論

本論文は、多数の交通信号から成る交通信号網を自律分散的に制御する手法を提案した。

道路の交通状況は時間とともに変化するため、信号制御手法は動的変化に対応できるものでなければならない。また信号網全体として高い交通効率を実現するためには、各信号を個別に制御するだけでなく、複数の信号を連動させることが重要である。

ここで上記の2項目に関して交通信号網制御の既存研究を検討すると、交通工学における従来手法は、オフライン計画による最適化と集中管理に基づいており、大規模な信号網を動的に制御することが難しい。一方、自律分散的に信号網を制御する研究例では、3つの信号パラメータ(サイクル長, スプリット, オフセット)の全てを制御することができておらず、特にサイクル長とオフセットの扱いが不十分であるため、複数信号の連動が実現できているとは言い難い。そこで本研究の目的を

- 自律分散型の手法を用いて交通信号網を動的に制御する
- 信号の3つのパラメータを同時に制御し、高い交通効率を実現する

こととした。

2章では問題設定を行った。まず信号の交通状況に関するセンシング能力として、本論文では、各リンク上での各種の自動車の“流れ”、(つまり各方向から流入してくる直進流や右折流、左折流)をそれぞれ個別に測定可能であると仮定した。また道路形状としては基本的なものだけを扱うことを述べ、道路は片道1車線、交差点形状は十字路またはT字路に限定した。また信号の現示方式は2現示に固定することを述べた。

次に交通信号網のモデル化を行った。複数信号を連動させる際に重要なパラメータとなるオフセットとの親和性が良いことから、信号を振動子とみなす非線型結合振動子系モデルを採用した。そして振動子間の相互作用をグラフ上の反応拡散方程式によって与え、各信号が局所的な情報から自己の挙動を決定し、それにより大域的に秩序立った信号動作パターンを形成することを述べた。

3章では、簡単のため右左折交通流は考慮せず、各信号は共通のサイクル長を持つという仮定を置き、信号のオフセットとスプリットを同時に制御する手法を提案した。グラフ上の反応拡散方程式は1変数しか扱えないが、本論文ではオフセットとスプリットそれぞれに対応する2つの反応拡散方程式を用意することにより、2つの変数を同時に制御することを目指した。

オフセットとは現示を切替えるタイミングの時間差であるが、その切替えタイミングはスプリットによって決まる。そのためオフセットの反応拡散方程式にはスプリットの項が入ってしまい、2つの変数は厳密には独立に扱えない。本論文では、スプリットとオフセットの反応速度に差をつけ、オフセットの反応拡散方程式ではスプリットの変化を無視できるものとした。これにより両者を独立に制御することができる。

検証のため簡単な交通状況を想定したシミュレーションを行い、オフセットとスプリットがそれぞれ安定に制御可能であることを確認した。また定常的な交通状況における安定性、効率性、交通状況が不連続に変化した場合の柔軟な対応、交通状況の滑らかに変化する場合の追従性を確認することができた。

網目状の道路環境にはオフセットの閉合条件という制約があり、同一ループ上の各リンクがすべて最適なオフセットを取ることができるとは限らない。ただしサイクル長を適切に変更すれば、ループ上の全てのリンクに最適なオフセットを与えることができる。4章ではこの問題を扱い、信号のサイクル長を制御してオフセットの閉合条件を緩和することを試みた。

オフセットの閉合条件はループ上の条件であり、個々の信号が自己の近傍の情報を用いるだけでは扱えない。そもそも道路網のループは多数あり、全てのループでオフセットの閉合条件を満たすサイクル長は一般には存在しない。またオフセットの制御を行うためには、隣接する信号のサイクル長は同じでなければならず、サイクル長を変化させる場合にはシステム全体で均一性を保ったままこれを変化させなければならない。

本論文では、グラフ上の全てのループを有限窓で代表させるものとし、有限窓に1対1で対応する“ループ管理エージェント”を導入した。各ループ管理エージェントは反応拡散方程式に従い、各有限窓にとって最適なサイクル長を要請する。同時に隣接するループ管理エージェントは、互いの要請するサイクル長を平滑化する。これにより、システム全体としてほぼ均一で、かつ全体にとって（最適ではないが）“好ましい”サイクル長が得られる。こうして得られたループ管理エージェントのサイクル長を参考にして、各信号が自己のサイクル長を変化させる。

ループ管理エージェントは、自己の担当する有限窓上の情報（各信号の状態および各リンクの交通状況）を知っている。従って、本論文で提案したサイクル長制御は、もはや信号の隣接相互作用/隣接情報によるものとは言えない。ただし各ループ管理エージェントが知る情報は自分の有限窓に関するものだけであり、道路網全体の大局的情報は必要としない。つまり相互作用および情報の「近傍」のサイズが拡大されてはいるものの、あくまで分散的な手法であると言える。

このサイクル長制御手法を、3章で提案したスプリットとオフセットの制御手法と統合し、

3つのパラメータすべての制御法を確立した。ただし3章のオフセット制御法は、リンク上の交通量とサイクル長から目標位相差を決める関数に好ましくない性質（具体的には、交通量が決められた時に、目標位相差からサイクル長を求める逆関数が定義できない問題）があり、サイクル長を制御する上で障害となることが判明したため、この関数を新しいものへと変更した。

上述した3つのパラメータの制御手法を検証するシミュレーションを行った。そこでは

- 信号網全体のサイクル長が、値の均一性を保ちながら状況に応じて変化する
- それにより、高い交通効率が実現されている

ことが確認できた。

実環境適用を考える上で交通流の右左折への対応は不可欠である。5章ではこの問題を扱い、4章の制御手法を右左折交通流を考慮した場合へと拡張した。

右左折を考慮する場合、各リンク上での各種の自動車の“流れ”を分類することが重要であり、適切にそれらの流れを分類すれば、後は4章と同じ方針で各信号の3つのパラメータを制御可能であることを示した。

検証シミュレーションでは、各自動車は確率的に直進/左折/右折を行動選択するモデルを用いた。交通状況の変化として、ここではこの右左折確率をシミュレーションの途中で変更し、路上の主要交通流の流れる方向を変化させた。シミュレーション結果では、4章と同様、状況変化に応じてサイクル長が変わり、システムが交通状況の変化に対応して高い交通効率を維持できていることが確認できた。その一方でシステムのサイクル長の安定性が4章に比べて低下した。これは右左折する自動車台数の揺らぎに起因するものと考えられる。ただしサイクル長の変動は交通効率に大きな影響は与えておらず、現実的には問題とならない。

6章では、実際の交通流データを用いたシミュレーションを行い、5章までで確立した制御手法を検証した。本論文は信号現示や車線数を制限しているため、実際の信号動作パターンとの比較はできず、実際のパターンを単純化したモデルと提案手法とを比較した。このため本手法の効率性について十分に定量的な検証ができたとは言い難いが、提案手法は実際の交通量変動に柔軟に対処することができた。5章で述べたように、右左折を考慮する場合、サイクル長の安定性が低下することが判明したが、細かな変動を伴う現実の交通量データに対し、提案手法は破綻を来すことなくサイクル長を調節し、全時間において従来手法より高い交通効率を実現した。以上により、動的変化への対応と効率性に関して、提案手法の有効性が確認できたと考えられる。

上記より，本論文全体として以下の事柄が結論できる．

- 本論文は，非線形結合振動子で交通信号網をモデル化し，信号の3つのパラメータ（サイクル長，スプリット，オフセット）の制御をグラフ上の反応拡散方程式によって実現した．各信号がパラメータの値を自己の近傍の情報を元に調節することにより，システム全体の状態が勾配系に従って変化し，大域的な秩序が形成される．適切な振動子モデルを導入して3つのパラメータを分離し，各パラメータそれぞれにおいて上記の勾配系のダイナミクスを導入することで，3つのパラメータすべてを独立に制御することを実現した．
- 本手法にはシステム全体を集中管理するものが存在しない．従って，本手法は大規模なシステムに対しても適用可能である．大規模な信号網の各信号のサイクル長，スプリット，オフセットを連動させることにより，本手法は高い交通効率を実現できる．
- 各信号の挙動を規定する勾配系のポテンシャルは，交通状況に応じて変化させる．これにより本手法は動的に変化する交通状況に柔軟に対応することができる．
- シミュレーションの結果，提案手法では高い交通効率が安定して実現された．勾配系のダイナミクスの利点である安定性を確認することができた．
- 以上により，本論文の研究目的である動的制御と効率性とを共に実現することができた．
- 本論文は，グラフ上の反応拡散方程式によるシステム設計手法の新たな分野への具体的適用例を示し，その有効性を確認した．このことは設計手法自体が高い汎用性を持つことを裏付けるものであり，この設計手法のさらなる新分野への適用が期待される．

7.2 今後の展望

本論文では、2 現示方式の信号と十字路または T 字路の交差点を対象を限定した。本手法を現実の道路網に応用するに当たっては、様々な現示方式や多様な形状の交差点に対応する必要がある。一般化に当たって課題となると思われる点を、オフセット制御とスプリット制御それぞれについて以下に記す。

- オフセット制御における交通流の分類の自動化

4 章と 5 章のオフセット制御法は、いずれも

- リンク上を流れる各種類の交通流のうち、流量が最も多いものを選び、
- その流量最大の流れに適したオフセットを与える

という方法を取っている。この方法自体は現示方式が複雑になっても適用可能である。ただし、前処理としてリンク上を流れる交通流を分類する必要があり、この分類は多現示方式になるにつれて煩雑となる。例えば 4 章と 5 章を比較すると、4 章では 2 つの（互いに逆向きの）直進流を考えれば十分であったが、5 章の場合では上流の信号で右左折する場合を別に扱わなければならない、4 種類の流れを考える必要があった。信号が多現示になる場合、この場合分けはさらに煩雑となる。

そもそも信号の現示方式には様々なものがあり、また一般環境では隣接信号同士で現示方式が異なる場合もあることから、事前に場合分けを用意しておくのではなく、個々の信号が自分自身と隣接信号のタイプ（現示方式や交差点形状など）から交通流の分類を自動的に行い、どのような相互作用を働かせればよいかを判断することが望ましい。

- 多現示スプリットの相互作用の定式化

本研究では現示方式を 2 現示に限定したので、スプリットは 1 つの変数で表すことができた。一般に n 現示のスプリットを表すためには、少なくとも $n - 1$ 次元のベクトルが必要である。一般にベクトル量の相互作用を扱うためには勾配系だけでは不十分で、ハミルトン系（保存系）のダイナミクスを導入する必要があることが知られている。[湯浅 1999] によれば、勾配系に関してはグラフ上でも連続空間上と同様に扱えることが示されているが、グラフ上のハミルトン系を連続空間と同様に扱えるか否かは、今後解決すべき問題として残されている。これは信号制御だけでなく、グラフ表現可能な自律分散システム一般にとって重要な理論的研究課題である。

ただしオフセットの項でも述べたように、一般環境では隣接信号同士の現示方式が互いに異なる場合もある。この場合のスプリットの相互作用は、次元の異なる 2 つのベ

クトルの相互作用となり，グラフ上のハミルトン系でも定式化できない．

本研究では，3つの信号パラメータのダイナミクスはそれぞれ独立に扱われており，グラフ上の時空間発展方程式以外の自律分散的手法をスプリット制御に導入することも可能である．どのような手法が利用可能なのかは今後の検討課題としたい．

また一般道路環境への対応以外に，以下の事柄への対象拡張や応用が考えられる．

- 渋滞への対応

交通流は自由流と渋滞流の2相を持つ相転移系であることが知られており，渋滞発生後の振舞いは発生前と大きく異なる．本手法はこのうち自由流だけを扱い，渋滞を起こりにくくする制御を実現したが，渋滞が既に発生してしまった場合は考慮していない．現実の交通に本手法を適用するためには，渋滞発生時の対応も考慮すべきである．

上述のように交通流は相転移系であり，その状態を表現するには1つの変数（例えば流量など）では不十分で，2つの変数（例えば流量と密度，密度と速度など）が必要であることが知られている．そこで本研究でも，これまで用いてきた流量に加え，密度または速度も考慮して制御を行えば，渋滞の予防や早期解消などを実現できる可能性がある．

- 交通流配分問題への応用

序論でも言及した交通量配分問題とは，目的地までの経路が複数ある場合，どの経路にどれだけの交通量を割り当てればよいかという問題を指す [土木学会 1998]．交通工学においてこの問題は，信号制御と同様に最適化問題として扱われてきた．

ここで本研究の信号制御手法を用いると，配分問題の準最適解へと系を導くことができるのではないかと考えられる．まず自動車自身が自己位置の近傍の交通状況を入手可能で，また目的地への経路を選択可能とする．自動車が空いている道路を優先的に選択するならば，信号パラメータを調整して各道路の交通量を変化させることにより，各道路に同程度の負荷がかかるようにシステムを収束させることができるのではないかと考えられる．

謝辭

本論文は、筆者が東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻新井・湯浅・太田研究室において博士課程の期間に行った研究をまとめたものです。その間、多くの方々に御指導・御協力を頂きました。

まず筆者の博士課程進学時の指導教官で、去る平成14年9月18日にご逝去された

東京大学大学院工学系研究科 精密機械工学専攻 助教授 故 湯浅秀男先生

に深く感謝致しますと共に、心より哀悼の意を捧げます。博士課程進学当時、初心者であった筆者を、湯浅先生は熱心に御指導下さいました。当初は議論と言うより初歩的な質問ばかりでしたが、先生はその都度丁寧にご説明下さいました。しばしば先生のご都合も考えずに助教授室へと質問に伺い、また昼食や夕食の折にも研究上のご相談をお願いしたのですが、先生は常に笑顔を絶やさず親切に対応して下さい、その都度的確なアドバイスを下さいました。公私ともに充実されていた折のご急逝で、悲しみにたえません。今後は先生のお名前を汚さぬよう精進し、研究を通じてご恩返ししてゆければと考えております。改めて深く感謝致しますと共に、謹んで先生のご冥福をお祈り申し上げます。

また、湯浅先生亡き後、指導教官を快くお引き受け下さいました

東京大学大学院工学系研究科 精密機械工学専攻 助教授 太田順先生

にも深く感謝致します。本論文をまとめるに当たり、太田先生との概念レベルの議論が非常に助けとなりました。ともすれば末節に眼が行きがちな筆者に対し、太田先生は常に高い視点からのご指摘を下さいました。また研究内容に関してだけでなく、日常の雑談を通して、研究者としての在り方など、多岐に亘る御助言を頂きました。

本論文をまとめるに当たり、副査をお引き受け下さいました

東京大学人工物工学研究センター 教授	上田完次 先生
東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 教授	高増潔 先生
東京大学大学院情報理工学研究科システム情報学専攻 助教授	新誠一 先生
東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 教授	鈴木宏正 先生

には、論文全体に亘って建設的な御指導を頂きました。ここに謹んで感謝の意を表します。

東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 教授 新井民夫先生には、筆者の修士課程時の指導教官として熱心に御指導頂いたのみならず、博士課程進学後も、折にふれて研究の方向性に関する貴重な御助言を頂きました。深く感謝致します。

東京大学大学院工学系研究科精密機械工学専攻 助手 前田雄介氏には、研究内容に関する御指摘を頂くと共に、プログラミング技術や社会人としての心構えなど、多岐に亘り御助言を頂きました。深く感謝致します。

本論文 5.4 節の右左折交通流へのオフセット制御方法の拡張は、立命館大学理工学部情報学科 助教授 西川郁子先生、大学評価・学位授与機構評価調査部 教授 喜多一先生のご着想によるものです。両先生は筆者と同じく振動子モデルによる交通信号制御を研究されており、右左折交通流の扱いに関する未公表資料を個人的にご提供下さるとともに、研究内容に関しても有意義な御助言を下さいました。ご好意に対して深く感謝致します。

本論文 6 章の交通流データは警視庁交通管制課よりご提供頂いたものです。ここに深く感謝の意を表します。

研究室の先輩方、佐々木順氏、宮田なつき氏、井上康介氏、中村明生氏、原光博氏、山下淳氏、小林祐一氏、松本高斉氏には、博士課程学生としての心構えを教えて頂きました。同期の稲垣伸吉氏には、研究上のディスカッションの相手としてもお世話になりました。その他の研究室の学生の皆様にも様々な形でお世話になりました。御礼申し上げます。

秘書の小坂井順子さん、小島恵さん、元秘書の井口幸葉さん、米岡道江さんには、研究活動に関する事務手続きなどで度々お世話になりました。どうも有難うございました。新井先生の奥様の新井雅世様にはたびたび激励のお言葉を頂きました。深く感謝致します。

またこの場を借りまして、両親と兄にも感謝致します。

最後に改めて、お世話になった皆様に深く感謝の意を表したいと思います。誠に有難うございました。

2003 年 2 月

参考文献

論文

- [宇佐美 2002] 宇佐美勤，榊原肇：道路網の信号制御システム，計測と制御，Vol.41，No.3，pp.205–210 (2002).
- [尾崎 2002] 尾崎晴男：交通工学における交通流研究，応用数理，Vol.12，No.2，pp.38–48 (2002).
- [小沢 1998] 小沢慎治：交通流計測技術，自動車技術，Vol.52, No.2，pp.53–59 (1998).
- [桑原 1997] 桑原雅夫，吉井稔雄，堀口良太：ブロック密度法を用いた交通流の表現方法について，交通工学，Vol.32，No.4，pp.39–43 (1997)
- [桑原 2000] 桑原雅夫，赤松隆：動的ネットワーク解析 —これまでの知見とこれからの展望—，土木学会論文集，No.653/IV-48, pp.3–16 (2000).
- [斉藤 2002] 斉藤威：交通流の安全性の解析，計測と制御，Vol.41, No.3, pp.187–192 (2002).
- [清水 2002] 清水光：路線の渋滞制御システム，計測と制御，Vol.41, No.3, pp.199–204 (2002).
- [関山 2001] 関山浩介，中西淳，高川功，東俊光，福田敏男：信号交通網におけるオフセットパターンの自己組織化，計測自動制御学会第 13 回自律分散システムシンポジウム資料，pp.45–50 (2001) .
- [中澤 2001] 中澤重人，西川郁子，喜多一：位相振動子の結合系による信号機広域制御ダイナミクスの提案，第 7 回創発システムシンポジウム (2001).
- [西成 2002] 西成活裕：交通流のセルオートマトンモデルについて，応用数理，Vol.12，No.2，pp.26–37 (2002).
- [久井 1986] 久井守：DP による系統信号の遅れ最小化制御と通過帯幅最大化制御，土木学会論文集，No.371/IV-5, pp.125–132 (1986).

- [三上 1994] 三上貞芳, 嘉数侑昇: マルチエージェント強化学習による交通信号機群の制御, 日本機械学会第 71 期通常総会講演論文集 (I), pp.126–128 (1994).
- [三上 1998] 三上貞芳, 高橋真紀, 和田充雄: マルチエージェント強化学習とその産業応用, 電気学会産業システム情報化研究会資料, IIS-98-38, pp.33-38 (1998).
- [参沢 2000] 参沢匡将, 木村春彦, 広瀬貞樹, 大里延康: 強化学習型マルチエージェントによる交通信号制御, 電子情報通信学会論文誌 D-I, Vol.J83-D-I, No.5, pp.478–486 (2000).
- [三井 2000] 三井達郎: 交通信号の制御, 自動車技術, Vol.54, No.7, pp.67–72 (2000).
- [山村 1995] 山村雅幸, 宮崎和光, 小林重信: エージェントの学習, 人工知能学会誌, Vol.10, No.5, pp.683–689 (1995).
- [湯浅 1999] 湯浅秀男, 伊藤正美: グラフ上の反応拡散方程式と自律分散システム, 計測自動制御学会論文集, Vol.35, No.11, pp.1447–1453 (1999).
- [湯浅 2001] 湯浅秀男, 中山耕一郎, 新井民夫: 分散ロボット系における群知能の発現とパターン形成, 第 19 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 881–882 (2001).
- [湯川 1995] 湯川諭: 計算物理学および統計力学的手法をもちいた一次元交通流の研究 — 交通渋滞の統計力学 —, 物性研究, Vol.65, No.1, pp.117–170 (1995).
- [吉田 1999] 吉田功: 交通システムにおける適応的信号制御, 平成 10 年度東京工業大学知能システム科学専攻修士論文 (1999).
- [Lee 1999] Jee-Hyong Lee and Hyoung Lee-Kwang: Distributed and Cooperative Fuzzy Controllers for Traffic Intersections Group, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics C*, Vol.29, No.2, pp.263–271 (1999).
- [Niittymäki 2000] Jarkko Niittymäki and Matti Pursula: Signal Control using Fuzzy Logic, *Fuzzy Sets and Systems*, No. 116, pp.11–22 (2000).
- [Mikami 1994] Sadayoshi Mikami and Yukinori Kakazu: Genetic Reinforcement Learning for Cooperative Traffic Signal Control, *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC)*, pp.223–228 (1994).
- [Ono 1996] Norihiko Ono and Kenji Fukumoto: Multi-agent Reinforcement Learning: A Modular Approach, *Proceedings of the Second International Conference on Multi-Agent Systems (ICMAS-96)*, pp.252–258 (1996).
- [Pappis 1977] Costas P. Pappis and Ebrahim H. Mamdani: A Fuzzy Logic Controller for a

Traffic Junction, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-7, No.10, pp.707–717 (1977).

[Suzuki 2002] Takanori Suzuki, Shinkichi Inagaki, Hideo Yuasa and Tamio Arai: Fault-Tolerance for Autonomous Decentralized Multi-Legged Robot System, *Intelligent Autonomous Systems 7 (IAS-7)*, IOS Press, pp.325–332 (2002).

[Trabia 1999] Mohamed B. Trabia, Mohamed S. Kaseko and Murali Ande: A Two-Stage Fuzzy Logic Controller for Traffic Signals, *Transportation Research Part C*, Vol. 7, pp.353–367 (1999).

私信

[西川 2002] 西川郁子，中澤重人，喜多一：位相モデルによる信号機広域制御ダイナミクス
の提案，personal communication (2002).

図書

[ITS ハンドブック] 財団法人 道路新産業開発機構：ITS ハンドブック 2002–2003 (2002).

[伊藤 1995] 伊藤正美，市川惇信，須田信英編：自律分散宣言 —明日を拓くシステムパラダイム—，オーム社 (1995).

[伊理 1983] 伊理正夫，白川功，梶谷洋司，篠田庄司：演習グラフ理論 — 基礎と応用 — ，コロナ社 (1983).

[浦川 1996] 浦川肇：ラプラス作用素とネットワーク，裳華房 (1996).

[大蔵 1993] 大蔵泉：交通工学，コロナ社 (1993).

[太田 2000] 太田隆夫：非平衡系の物理学，裳華房 (2000).

[河上 1987] 河上省吾，松井寛：交通工学，森北出版 (1987).

[河村 1998] 河村哲也：応用偏微分方程式，共立出版 (1998).

[蔵本 1991] 蔵本由紀，川崎恭治，山田道夫，甲斐昌一，篠本滋：パターン形成，朝倉書店 (1991).

[越 1983] 越正毅，明神証：道路 (I) — 交通流，新体系土木工学 61，技報堂出版 (1983).

- [新 1995] 新誠一，池田建司，湯浅秀男，藤田博之：自律分散システム，朝倉書店 (1995).
- [日本数学会 1985] 日本数学会編：岩波数学辞典 第 3 版，岩波書店 (1985).
- [東京大学 1992] 東京大学教養学部統計学教室編：自然科学の統計学，東京大学出版会 (1992).
- [土木学会 1998] 土木学会土木計画学研究委員会「交通ネットワーク」出版小委員会編：交通ネットワークの均衡分析 — 最新の理論と解法 —，土木学会 (1998).
- [Diestel 1997] Reinhard Diestel: *Graph Theory*, Springer Verlag (1997).
(邦訳：根上生也，太田克弘訳：グラフ理論，シュプリンガー・フェアラーク東京 (2000).)
- [Press 1988] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery: *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press (1988).
(邦訳：丹慶勝市，奥村晴彦，佐藤俊郎，小林誠訳：ニューメリカルレシピ・イン・シー：C 言語による数値計算のレシピ，技術評論社 (1993).)
- [Sutton 1998] Richard S. Sutton and Andrew G. Barto: *Reinforcement Learning*, MIT Press (1998).
(邦訳：三上貞芳，皆川雅章訳：強化学習，森北出版 (2000).)

研究業績

本論文に関連するもの

査読あり学術論文

1. 杉正夫，湯浅秀男，新井民夫:
グラフ上の反応拡散方程式による交通信号網の自律分散型制御
(計測自動制御学会論文集，Vol. 39，No. 1，pp. 51–58，2003.)
2. 杉正夫，湯浅秀男，太田順，新井民夫:
サイクル長制御を取り入れた自律分散型交通信号制御
(計測自動制御学会論文集，投稿中)

査読あり講演論文

1. Masao SUGI, Hideo YUASA and Tamio ARAI:
Autonomous Distributed Control of Traffic Signal Network
(M. Gini ed., Intelligent Autonomous Systems 7 (IAS-7), IOS Press, pp. 317–324, 2002.)

口頭発表

1. 杉正夫，湯浅秀男，新井民夫:
交通信号網の自律分散型制御 第1報：グラフ上の反応拡散方程式によるオフセット制御
(第19回日本ロボット学会学術講演会，pp. 889–890，2001.)
2. 杉正夫，湯浅秀男，新井民夫:
グラフ上の反応拡散方程式による交通信号網の自律分散型制御
(計測自動制御学会第14回自律分散システム・シンポジウム，pp. 235–238，2002.)
3. 杉正夫，湯浅秀男，太田順，新井民夫:
グラフ上の反応拡散方程式による交通信号網の自律分散型制御 第2報：サイクル長の制御
(計測自動制御学会第15回自律分散システム・シンポジウム，pp. 115–120，2003.)

本論文に直接関連しないもの

査読あり学術論文

1. Tamio ARAI, Yasumichi AIYAMA, Yusuke MAEDA, Masao SUGI and Jun OTA:
Agile Assembly System by “Plug & Produce”
(Annals of the CIRP, Vol. 49, No. 1, pp. 1–4, 2000.)
2. Tamio ARAI, Yasumichi AIYAMA, Masao SUGI and Jun OTA:
Holonc Assembly System with Plug & Produce
(Computers in Industry, Vol. 46, No. 3, pp. 289–299, 2001.)
3. Tamio ARAI, Yusuke MAEDA, Haruka KIKUCHI and Masao SUGI:
Automated Calibration of Robot Coordinates for Reconfigurable Assembly Systems
(Annals of the CIRP, Vol. 51, No. 1, pp. 5–8, 2002.)
4. Haruka KIKUCHI, Yusuke MAEDA, Masao SUGI and Tamio ARAI:
Automatic Calibration of Assembly Robots for Instantaneous Installation “Plug & Produce”
(Advanced Robotics, Vol. 17, 2003, to appear.)
5. Masao SUGI, Yusuke MAEDA, Yasumichi AIYAMA, Tomokazu HARADA and Tamio ARAI:
A Holonic Architecture for Easy Reconfiguration of Robotic Assembly Systems
(IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 19, 2003, to appear.)

査読あり講演論文

1. Tamio ARAI, Yasumichi AIYAMA, Masao SUGI and Jun OTA:
Holonc Assembly System with Plug & Produce
(Proceedings of the 2nd Workshop on Intelligent Manufacturing Systems (IMS) ‘99, pp. 119–126, 1999.)
2. Tamio ARAI, Masao SUGI, Yasumichi AIYAMA and Jun OTA:
Holonc Robot System for Assembly
(E. Pagello ed., Intelligent Autonomous Systems 6 (IAS-6), IOS Press, pp. 371–378, 2000.)
3. Masao SUGI, Yusuke MAEDA, Yasumichi AIYAMA and Tamio ARAI:

- A Flexible Robot System for Assembly with a Concept of Holon
(Proceedings of the 32nd International Symposium on Robotics (ISR), pp. 844–849, 2001.)
4. Masao SUGI, Yusuke MAEDA, Yasumichi AIYAMA and Tamio ARAI:
Holon Robot System: A Flexible Assembly System with High Reconfigurability
(Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 799–805, 2001.)
 5. Haruka KIKUCHI, Yusuke MAEDA, Masao SUGI, and Tamio ARAI:
Automated Calibration for Assembly Device Installation Based on Plug & Produce Concept
(I. Inasaki ed., Initiatives of Precision Engineering at the Beginning of a Millennium, Kluwer Academic Publishers, pp. 729–733, 2001.)
 6. Yusuke MAEDA, Haruka KIKUCHI, Hidemitsu IZAWA, Hiroki OGAWA, Masao SUGI and Tamio ARAI:
An Easily Reconfigurable Robot System for Assembly
(Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), to appear.)

口頭発表

1. 相山康道，原田智和，杉正夫，新井民夫:
ホロンの概念を用いた柔軟なロボット群管理システム 第4報: Plug & Produce コンセプトの実装
(1998年度精密工学会秋期大会学術講演会，p. 558，1998.)
2. 杉正夫，原田智和，相山康道，新井民夫:
ホロンの概念を用いた柔軟なロボット群管理システム 第5報: システムの実装とデモンストラーション
(1999年度精密工学会春期大会学術講演会，p. 380，1999.)
3. 原田智和，杉正夫，相山康道，新井民夫:
ホロンの概念を用いた柔軟なロボット群管理システム 第6報: Plug & Produce コンセプトの実装
(1999年度精密工学会春期大会学術講演会，p. 381，1999.)
4. 杉正夫，原田智和，相山康道，新井民夫:
ホロンの概念を用いた柔軟な組み立てセルシステム

- (日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'99, 1P2-20-016, 東京, 1999.)
5. 杉正夫, 相山康道, 新井民夫:
ホロンの概念を用いた柔軟なロボット群管理システム 第7報: システムの検証と柔軟性の評価
(2000年度精密工学会春期大会学術講演会, p. 74, 2000.)
 6. 菊地 悠, 前田 雄介, 杉 正夫, 新井 民夫:
“Plug & Produce”のためのロボット間自動キャリブレーション
(第19回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 1065–1066, 2001.)

その他特記事項

- 平成13年IMS (Intelligent Manufacturing Systems) 論文賞
論文名: “Holonc Robot System: A Flexible Assembly System with High Reconfigurability”
- The 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation にて, Kayamori Best Automation Paper Award ファイナリスト
論文名: “Holonc Robot System: A Flexible Assembly System with High Reconfigurability”

付録 A

グラフ理論

A.1 グラフ

ノード (node/vertex) の集合 V とリンク (link/edge) の集合 E の組 $G = (V, E)$ をグラフという。グラフの頂点の個数 $|V|$ が有限なものを有限グラフ (finite graph) と呼ぶ。本論文では有限グラフのみを扱う。

グラフの任意のリンクは 2 つのノードを両端に持つ。リンクの両端をなす 2 つのノードのことを互いに隣接している (adjacent) といい、このリンクは両端のノードに接続している (incident) という。

リンクの両端をなす 2 つのノードが同一のノードである場合、そのリンクは自己閉路 (self-loop) と呼ばれる。また 2 つのノードの間に複数のリンクが存在する場合、それらのリンクは多重リンク (multiple link) と呼ばれる (Fig.A.1(a))。自己閉路と多重リンクのどちらも含まないグラフのことを単純グラフ (simple graph) という。

グラフ $G = (V, E)$ が単純グラフならば、任意の 2 つのノードの間に存在するリンクは高々 1 本であり、リンクは 2 つのノードによって一意に表すことができる。そこで単純グラフの場合、リンク $e \in E$ を

$$e = (u, v), \quad u, v \in V \quad (\text{A.1})$$

と表すこともある。なお $(u, v) = (v, u)$ である。本論文ではこの表記法を用いる

グラフ G の全てのリンクが向きを持ち、両端の 2 つのノードがそれぞれ始点と終点に区別される場合、 G は有向グラフ (oriented graph) と呼ばれる。本論文では単純有向グラフのみを扱う (Fig.A.1(b))。

有向グラフにおいて、リンク $e \in E$ の始点 (origin) を $o(e)$ と表し、終点 (terminating node) を $t(e)$ と表す (Fig.A.1(c))。

グラフが閉路 (loop, circuit) を持たない時、そのグラフのことを木 (tree) と呼ぶ。任意のグラフ $G = (V, E)$ から必要最低限のリンクを取り除き、 G の部分グラフであるような木 $X = (V, T) \subset G$ を作る。この時、リンク集合 $T \subset E$ をグラフ G の木と呼ぶ。またグラフ $G(V, E)$ とその木 $X = (V, T)$ が与えられた時、以下のリンク集合 \bar{T}

$$\bar{T} := E \setminus T \quad (\text{A.2})$$

をグラフ G の木 T に関する補木 (cotree) という。

Fig.A.2 にグラフの木の例を示す。一般にグラフの木は一意ではないことに注意されたい。

A.2 グラフの接続行列

有向単純グラフ G の接続行列 (incidence matrix) $A = \{a_{ue}\}$ とは, 行 u がノード $u \in V$ に, 列 e がリンク $e \in E$ にそれぞれ対応し, 各要素が

$$a_{ue} := \begin{cases} +1, & u = o(e) \\ -1, & u = t(e) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

で与えられる $|V| \times |E|$ の行列をいう [伊理 1983].

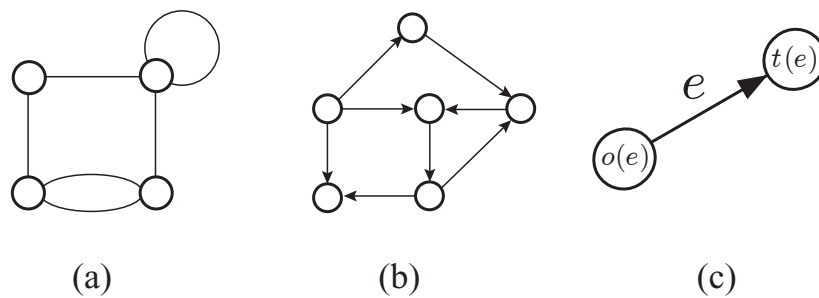


Fig. A.1: (a) 自己閉路と多重リンクの例. (b) 単純有向グラフ. (c) リンク e の始点 $o(e)$ と終点 $t(e)$.

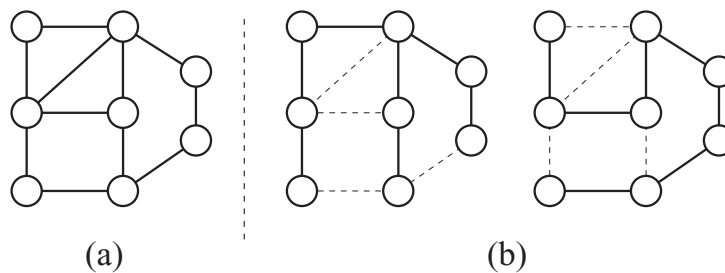


Fig. A.2: (a) グラフ. (b) そのグラフの木の例. 破線で示したリンクが補木となる. 一般にグラフの木は一意的ではないことに注意されたい.

A.3 平面グラフとその双対グラフ

リンクが共通の端点以外では交差しないように平面上に描かれたグラフを平面グラフ (plane graph) といい, 平面グラフと同形なグラフを平面的である (planar) という [Diestel 1997]. Fig.A.3 に平面グラフとそれに同形な平面的グラフ, および平面的ではないグラフそれぞれの例を示す.

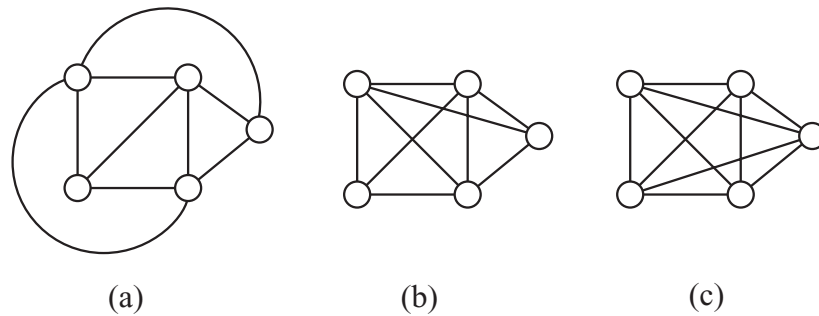


Fig. A.3: (a) 平面グラフ. (b) そのグラフと同形な平面的グラフ. (c) 平面的ではないグラフ.

2つのグラフ $G = (V, E)$ と $G^* = (V^*, E^*)$ のリンク集合 E と E^* の間に1対1対応が存在し, その対応のもとで G の窓と G^* のノードが1対1に対応する時, G と G^* は互いに双対である (dual) といい, G^* は G の双対グラフである (または G は G^* の双対グラフである) という (Fig.A.4).

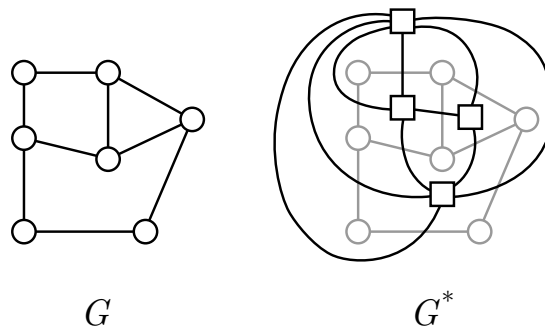


Fig. A.4: 平面グラフ G とその双対グラフ G^* . G のリンクと G^* のリンクとは互いに交差しており, 両者のリンクは1対1で対応する. G の窓と G^* のノード, および G のノードと G^* の窓にも1対1の対応関係が成り立つ.

グラフ G の双対グラフが存在するとき, かつそのときに限り, G は平面的なグラフである (Whitney の定理, [伊理 1983] 参照).

付録 B

グラフ上の反応拡散方程式の導出

B.1 境界付きグラフ

有限グラフ $G = (V, E)$ において, ノードの集合 V が $V = \bar{V} + \partial V$, リンクの集合 E が $E = \bar{E} + \partial E$ と, それぞれ共通部分を持たない 2 つの部分集合に分かれ, かつ以下の 2 条件を満たす場合, グラフ G を境界付きグラフ (bounded graph) と呼ぶ [浦川 1996].

- (1) $e \in \bar{E} \Leftrightarrow x \in \bar{V} \text{ and } y \in \bar{V}$
- (2) $e \in \partial E \Leftrightarrow \{x \in \bar{V} \text{ and } y \in \partial V\} \text{ or } \{x \in \partial V \text{ and } y \in \bar{V}\}$

ここで $x, y \in V$ はリンク $e \in E$ の端点である.

この時 \bar{V} を内部点の集合, ∂V を境界点の集合といい, \bar{E} を内部辺の集合, ∂E を内部辺の集合という. 数式展開の都合上, 本論文では境界辺はすべて内部に向けて方向付けられているものとする (Fig.B.1). これは記述を簡単にするために過ぎず, 本質的な仮定ではない.

なお $\partial V = \{\emptyset\}$ かつ $\partial E = \{\emptyset\}$ とすれば, 通常のグラフ (つまり境界と内部とを区別しないグラフ) も境界付きグラフの 1 種とみなすことができる.

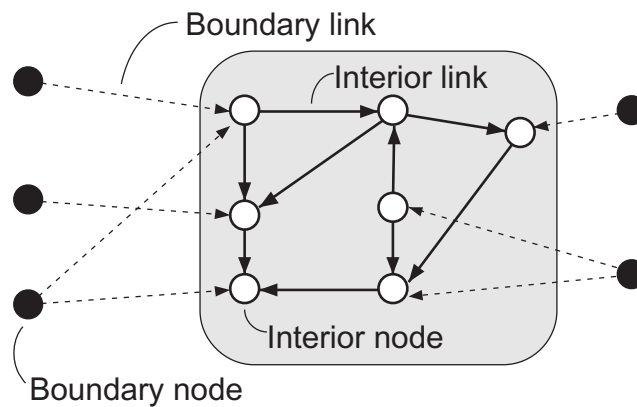


Fig. B.1: 境界付きグラフ (3章 Fig.2.7 を再掲). 内部点, 境界点, 内部辺, 境界辺を持つ. 境界辺はすべて内部に向けて方向付けられているものとする.

B.2 グラフ上の Laplace 作用素

以下の議論では、境界付きの有向単純グラフを想定する。

$C(V) := \{f \mid f : V \rightarrow \mathbb{R}\}$ を V 上の実数値関数全体の集合とし、 $C(E) := \{g \mid g : E \rightarrow \mathbb{R}\}$ を E 上の実数値関数全体の集合とする。 $f(u) \in C(V)$ とする時、

$$df(e) := f(t(e)) - f(o(e)) \quad (\text{B.1})$$

を対応付ける作用素 $d : C(V) \leftarrow C(E)$ を余微分 (codifferential) といい、 df を f の勾配 (gradient) という。ただし $o(e)$ はリンク e の始点、 $t(e)$ は e の終点をそれぞれ表す。

ノード上の関数 $f_1, f_2 \in C(V)$ に対し、内積を

$$(f_1, f_2) := \sum_{u \in V} f_1(u) f_2(u) \quad (\text{B.2})$$

と定義し、 $f \in C(V)$ のノルム (2 乗ノルム) を $\|f\| := \sqrt{(f, f)}$ と定義する。このノルムを用いて関数空間 $C(V)$ を完備化するとヒルベルト空間 $L_2(V)$ が得られる。

$$L_2(V) := \{f \in C(V) : \|f\| < \infty\} \quad (\text{B.3})$$

同様にリンク上の関数 $g_1, g_2 \in C(E)$ に対しても

$$(g_1, g_2) := \sum_{e \in E} g_1(e) g_2(e) \quad (\text{B.4})$$

で内積を定義し、 $g \in C(E)$ のノルムを $\|g\| := \sqrt{(g, g)}$ とする。このノルムを用いて関数空間 $C(E)$ を完備化するとヒルベルト空間 $L_2(E)$ が得られる。

$$L_2(E) := \{g \in C(E) : \|g\| < \infty\} \quad (\text{B.5})$$

内積が (B.2) で与えられた時、グラフ上の Laplace 作用素 Δ は、 $f \in C(V)$ に対して

$$\begin{aligned} (\Delta f)(u) &:= \deg(u) f(u) - \sum_{v \sim u} f(v) \\ &= \sum_{v \sim u} (f(u) - f(v)) \\ &= \sum_{e \in E(u)} \text{sign}(u, e) df(e) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

と定義される [浦川 1996]。ただし $\deg(u)$ はノード u の次数 (u に接続するリンクの数) である。関係 $v \sim u$ は 2 つのノード u と v が互いに隣接していることを表し、従って (B.6)

式 1 番上の右辺第 2 項は u に隣接する全てのノードに関して和を取ることを意味する。また $E(u)$ はノード u に接続する枝の集合を表す (よって $|E(u)| = \text{deg}(u)$ である)。また $\text{sign}(u, e)$ はリンク e とその端点 u によって定義される符号関数で、

$$\begin{cases} \text{sign}(t(e), e) & = +1 \\ \text{sign}(o(e), e) & = -1 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

とした。

グラフ上の Laplace 作用素の意味は、(B.6) 式の上から 2 番目の式の右辺を考えるとわかり易い。つまり、自己の値 $f(u)$ から隣接要素の値 $f(v)$ を引いた値を全ての隣接ノード $E(u)$ に関して和を取ったものがグラフ上での Laplace 作用素となる。

ここで関数 f を $f = (f(u))_{u \in V}$ とベクトル表記すると、余微分は、(A.3) 式の接続行列を用いて

$$df = (df(e))_{e \in E} = -A^T f \quad (\text{B.8})$$

と表すことができる。

また (B.6) 式の Laplace 作用素 Δ は、同じく (A.3) 式の接続行列を用いて

$$\Delta f = AA^T f \quad (\text{B.9})$$

と表すことができる。これは通常のユークリッド空間における Laplace 作用素が、微分演算子 ∇ (これがグラフ上の余微分に対応する) 自身の積

$$\Delta \xi = \nabla \cdot \nabla \xi$$

であるのと同様である。

B.3 グラフ上の反応拡散方程式の導出

ここでは [湯浅 1999] に従い, グラフ上の反応拡散方程式の導出過程を示す.

2.4.3 節の内容と重複するが, まずシステム全体 (すなわち内部点の集合 \bar{V}) の状態を評価する関数として, 汎関数 (f の関数) $W(f)$ を次式のように定義する.

$$W(f) = W_0(f) + W_1(df) \quad (\text{B.10})$$

$$W_0(f) = \sum_{u \in \bar{V}} F_r(f(u)) \quad (\text{B.11})$$

$$W_1(f) = \sum_{u \in \bar{V}} F_d^{(u)}(df(u)) \quad (\text{B.12})$$

$df(u)$ は, ノード u を端点とするリンク ($\deg(u)$ 本) における f の勾配を並べたベクトルであり, $df(u) := (df(e))_{e \in E(u)}$ とする. (B.8) 式の df がシステム全体のリンク ($e \in E$ なるリンク e) の余微分を並べたものであったのに対し, $df(u)$ はノード u を端点とするリンク ($e \in E(u)$ なるリンク e) だけを扱っていることに注意されたい.

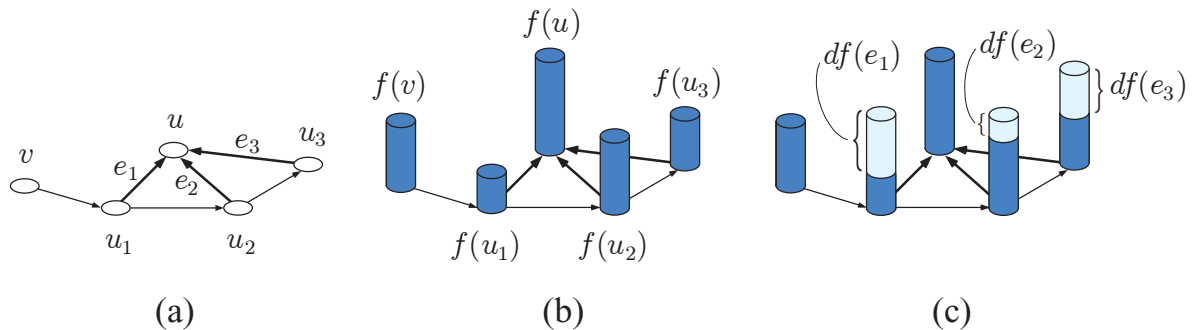


Fig. B.2: 関数 $f(u)$ と余微分ベクトル $df(u)$ の例 (2章 Fig.2.8 を再掲). (a) 与えられたグラフ. ノード u に隣接するのはノード u_i とし, u と u_i を結ぶリンクは e_i とする ($i = 1, 2, 3$). (b) ノード上の関数 $f \in C(V)$. (c) 余微分ベクトル $df(u) = (df(e_i))$. この場合, 各成分は $df(e_i) = f(u) - f(u_i)$ となる.

(B.8) 式を $f(u)$ で汎関数微分することで勾配系を構成し, 汎関数 $W(f)$ を極小値へと向かわせるための関数 f の変化を求める. 2.4.3 節で述べたように, (B.8) 式の右辺第 1 項 $W_0(f)$ の微分は

$$\frac{\delta W_0(f)}{\delta f} = F'_r(f) \quad (\text{B.13})$$

と簡単に求まる. 次に右辺第 2 項の $W_1(df)$ であるが, $W_1(df)$ は余微分を含むため, 任意

の変動関数 $h \in L_2(V)$ と微小パラメータ ϵ を用い, $W_1(d(f + \epsilon h))$ を ϵ で展開する.

$$\begin{aligned}
W_1(d(f + \epsilon h)) &= \sum_{u \in \bar{V}} F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u) + \epsilon \mathbf{d}h(u)) \\
&= \sum_{u \in \bar{V}} \left\{ F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u)) + \epsilon \sum_{e \in E(u)} \frac{\partial F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u))}{\partial \mathbf{d}f(e)} dh(e) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \right\} \\
&= \sum_{u \in \bar{V}} F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u)) + \epsilon \sum_{u \in \bar{V}} \sum_{e \in E(u)} \frac{\partial F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u))}{\partial \mathbf{d}f(e)} dh(e) + \sum_{u \in \bar{V}} \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (\text{B.14})
\end{aligned}$$

従って

$$\begin{aligned}
dW_1(d(f, h)) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{W_1(d(f + \epsilon h)) - W_1(df)}{\epsilon} \\
&= \sum_{u \in \bar{V}} \sum_{e \in E(u)} \frac{\partial F_d^{(u)}(\mathbf{d}f(u))}{\partial \mathbf{d}f(e)} dh(e) \quad (\text{B.15})
\end{aligned}$$

を得る.

ここで任意の内部辺 $e \in \bar{E}$ において, 任意の内部辺において始点からと終点からの F_d の偏微係数は互いに等しいと仮定する. 式で表すと以下のようなになる.

$$\frac{\partial F_d^{(t(e))}(\mathbf{d}f(t(e)))}{\partial \mathbf{d}f(e)} = \frac{\partial F_d^{(o(e))}(\mathbf{d}f(o(e)))}{\partial \mathbf{d}f(e)} \equiv dF_d(e) \quad (\text{B.16})$$

この仮定は“隣接するノードが互いに及ぼす相互作用は対称的である”ことを意味する. また境界辺 $e \in \partial E$ については, 内部点からの偏微係数を $dF_d(e)$ とする. これらの仮定により $dF_d(e)$ はすべての辺 $e \in E = (\bar{E} + \partial E)$ に対して定義され, 辺が与えられた時に値が一意に決まる. 従って $dF_d(e) \in C(E)$ となる.

(B.16) 式の仮定を (B.15) 式に代入すると

$$dW_1(d(f, h)) = \sum_{u \in \bar{V}} \sum_{e \in E(u)} dF_d(e) dh(e) \quad (\text{B.17})$$

を得るが, ここで (B.1) 式と (B.7) 式から余微分が

$$dh(e) = \text{sign}(t(e), e)h(t(e)) + \text{sign}(o(e), e)h(o(e)) \quad (\text{B.18})$$

と表せることを用いると

$$\begin{aligned}
 dW_1(d(f, h)) &= \sum_{u \in \bar{V}} \sum_{e=(u,v) \in E(u)} dF_d(e) \{ \text{sign}(u, e)h(u) + \text{sign}(v, e)h(v) \} \\
 &= \sum_{u \in \bar{V}} \sum_{e=(u,v) \in E(u)} \left[h(u) \{ \text{sign}(u, e)dF_d(e) \} + h(v) \{ \text{sign}(v, e)dF_d(e) \} \right] \\
 &= 2 \sum_{u \in \bar{V}} h(u) \sum_{e \in E(u)} \text{sign}(u, e)dF_d(e) - \sum_{e \in \partial E} h(t(e))dF_d(e) \quad (\text{B.19})
 \end{aligned}$$

となる．ここで (B.19) 式の 1 番下の右辺第 1 項が 2 倍となっているのは，始点と終点で個別に数えていた項をまとめたためである．ただし境界辺については 1 回だけ（リンクの終点，すなわち内部点に関してだけ）数えれば十分であり，第 1 項で余分に計上した分を補正するため新たに右辺第 2 項を設けた．なお境界辺をすべて内向きとしたのは，この補正項の記述を簡単にするためであり，本質的な仮定ではない．

ここで，この系が閉じた系で外部との相互作用が存在しなければ，(B.19) 式の第 2 項は 0 となる．この時，

$$dW_1(d(f, h)) = 2 \sum_{u \in \bar{V}} h(u) \nabla^{(u)} \cdot d\mathbf{F}_d(u) \quad (\text{B.20})$$

となる．ただし

$$\nabla^{(u)} \cdot d\mathbf{F}_d(u) := \sum_{e \in E(u)} \text{sign}(u, e)dF_d(e) \quad (\text{B.21})$$

であり， $d\mathbf{F}_d(u) \equiv (dF_d(e))_{e \in E(u)}$ はノード u に接続するリンクにおける $F_d^{(u)}$ の偏微係数を並べたベクトルである．

(B.20) 式右辺は h と $\nabla^{(u)} \cdot d\mathbf{F}_d(u)$ との内積の 2 倍であり， $dW_1(d(f, h))$ は任意の変動関数 h に比例することがわかる．この時 $W_1(df)$ は

$$\frac{\delta W_1(df)}{\delta f} = 2 \nabla^{(u)} \cdot d\mathbf{F}_d(u) \quad (\text{B.22})$$

と Fréchet 微分 [日本数学会 1985] できる．

よって (B.10) 式をポテンシャル汎関数とする勾配系は，

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\delta W}{\delta f}(f) = -F_r'(f) - 2 \nabla^{(u)} \cdot d\mathbf{F}_d(u) \quad (\text{B.23})$$

となる．

付録 C

交通流の追従モデル

本論文で用いた交通流モデル (3.6.1 節参照) について補足説明する .

各車は自己の速度 v_i が適切な速度 \tilde{v}_i となるよう , 以下のように調整する (Fig.C.1).

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} a^+ & (v_i < \tilde{v}_i) \\ 0 & (v_i = \tilde{v}_i) \\ -a^- & (v_i > \tilde{v}_i) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

ただし a^+ , a^- はそれぞれ車の加速度と減速度をあらわす定数である . 上式の目標速度 \tilde{v}_i は , 前の車との車間距離 $d_i = x_{i-1} - x_i - l_{\text{car}}$ に依存する . ただし l_{car} は自動車の長さ (共通の定数) である , 車間距離 d_i と目標速度 \tilde{v}_i の関係は ,

$$\tilde{v}_i = \tilde{v}(d_i) = \begin{cases} v_{\text{max}} & (d_i > \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \\ \sqrt{2d_i a^-} & (d_i \leq \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

とした . ただし v_{max} は自動車の制限最高速度である .

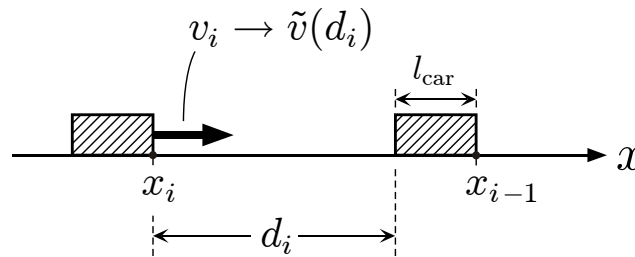


Fig. C.1: 交通流モデル (3 章 Fig.3.7 を再掲) . 各車は車間距離 d_i に応じて自己の速度 v_i の目標値 \tilde{v} を設定する .

交通流の解析によく用いられるのは密度-流量関係である [河上 1987] . この密度-流量関係をグラフにしたものは基本図と呼ばれる (あるいは変数の名を取って k - q などと呼ばれることもある) . ここでは (C.2) 式の密度-流量関係を調べよう .

いま交通流の密度は場所によらず均一 (つまり等間隔で自動車が走っている) であるとす . この時流量 q は , 密度 k_i と目標速度 \tilde{v}_i から

$$q = k_i \tilde{v}_i = \begin{cases} k_i v_{\text{max}} & (d_i > \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \\ k_i \sqrt{2d_i a^-} & (d_i \leq \frac{(v_{\text{max}})^2}{2a^-}) \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

と求められるが , 密度 $k_i = x_{i-1} - x_i$ と $d_i = x_{i-1} - x_i - l_{\text{car}}$ の関係は

$$d_i = \frac{1}{k_i} - l_{\text{car}} \quad (\text{C.4})$$

である . これを用いて (C.3) 式から d_i を消去して整理し , また均一な密度を仮定しているこ

とから k_i を k へと書き直すと

$$q = \begin{cases} kv_{\max} & \left(k < \frac{2a^-}{(v_{\max})^2 + 2l_{\text{car}}a^-} \right) \\ \sqrt{2k(1 - kl_{\text{car}})a^-} & \left(k \geq \frac{2a^-}{(v_{\max})^2 + 2l_{\text{car}}a^-} \right) \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

となる。

得られた密度 k と流量 q の関係を Fig.C.2 に示す。密度-流量グラフは、 $k < \frac{2a^-}{(v_{\max})^2 + 2l_{\text{car}}a^-}$ の時は $q = kv_{\max}$ ，すなわち傾き v_{\max} の線分となり、 $k \geq \frac{2a^-}{(v_{\max})^2 + 2l_{\text{car}}a^-}$ の時は $(k, q) = (\frac{1}{2l_{\text{car}}}, 0)$ を中心とする楕円となる。Fig.C.2 において、密度-流量グラフ上の 1 点と原点とを結んだ線分の傾きは、その密度における自動車の目標速度を表す。

Fig.C.2 を見ると、車群の密度が $\frac{1}{2l_{\text{car}}}$ （つまり車間距離が l_{car} ）の時に交通流の流量が最大になり、その上限値は $\sqrt{\frac{a^-}{2l_{\text{car}}}}$ であることがわかる。また密度の上限値は $\frac{1}{l_{\text{car}}}$ であり、その時交通流の速度が 0 となることも確認できる。

Fig.C.2 の密度-流量曲線は、

- ある値までは、流量は密度に対して単調増加する
- 密度の増加とともに自動車の速度が低下してゆくため、ある値を境に流量は密度に対して単調減少する

という性質を示しているが、これはよく知られた交通流の性質である。上記 2 項目のうち前者は交通が滞りなく流れている場合に当たり、後者は渋滞発生時に対応する。

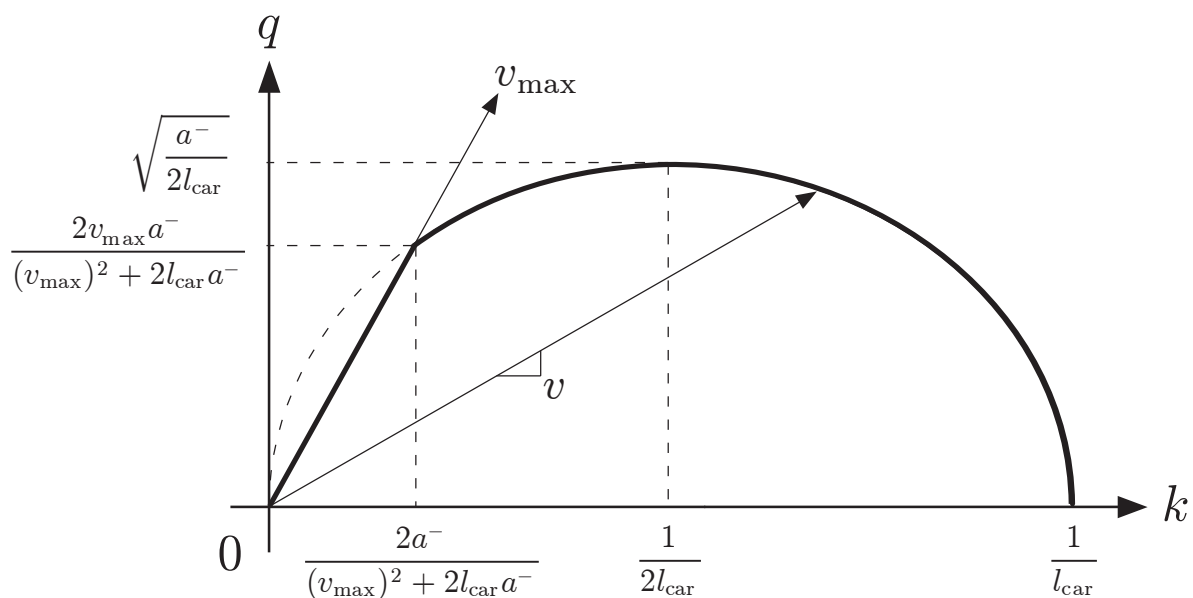


Fig. C.2: 本研究で用いた交通量モデルの密度 k と流量 q の関係．楕円と傾き v_{max} の線分から成る．密度-流量曲線上の1点と原点とを結んだ線分の勾配は，その密度における自動車の目標速度を表す．